



Article info

Type of article:

Original research paper

DOI:

<https://doi.org/10.58845/jstt.utt.2025.vn.5.1.77-87>

***Corresponding author:**

Email address:

linh.tn@vgu.edu.vn

Received: 19/01/2025

Received in Revised Form:

16/02/2025

Accepted: 11/03/2025

Shear strength of multilayer reinforced concrete members without stirrups

Ngoc Linh Tran*

Faculty of Engineering, Vietnamese-German University, Binh Duong, Vietnam

Abstract: In the field of reinforced concrete structures, accurately determining and assessing the shear resistance of reinforced concrete concrete members without stirrups remains a challenge for both researchers and practicing engineers. Although numerous calculation models have been proposed, a comprehensive solution to this problem has yet to be established. In particular, for multilayer reinforced concrete members without stirrups, no calculation model has been developed so far. This paper proposes a new theory for the shear strength of non-stirrups reinforced concrete members. The key distinction of this study is that the proposed model is entirely based on mechanical principles, without relying on empirical parameters. This approach allows for broader applicability to various shear-resistant structural members, including multilayer concrete members.

Keywords: shear strength, mechanical model, reinforced concrete.



Thông tin bài viết
Dạng bài viết:
Bài báo nghiên cứu

DOI:
<https://doi.org/10.58845/jstt.utt.2025.vn.5.1.77-87>

Tác giả liên hệ:
Địa chỉ Email:
linh.tn@vgu.edu.vn

Ngày nộp bài: 19/01/2025
Ngày nộp bài sửa: 16/02/2025
Ngày chấp nhận: 11/03/2025

Sức kháng cắt của cầu kiện bê tông cốt thép nhiều lớp không cốt đai

Trần Ngọc Linh*

Khoa Kỹ thuật, Trường Đại học Việt Đức, Bình Dương, Việt Nam

Tóm tắt: Trong lĩnh vực kết cấu bê tông cốt thép, việc tính toán và đánh giá chính xác sức kháng cắt của cầu kiện bê tông không cốt đai luôn là một thách thức đối với nhà nghiên cứu và kỹ sư thực hành. Mặc dù đã có nhiều mô hình tính được đề xuất nhưng vẫn chưa có lời giải trọn vẹn cho bài toán này. Đặc biệt, đối với cầu kiện bê tông cốt thép nhiều lớp không cốt đai thì hiện chưa có mô hình tính toán nào được đưa ra. Bài báo này giới thiệu một lý thuyết mới về sức kháng cắt cho cầu kiện bê tông cốt thép không cốt đai. Điểm nổi bật của lý thuyết này là mô hình tính toán đi kèm hoàn toàn dựa trên các nguyên lý cơ học, không sử dụng tham số kinh nghiệm, cho phép áp dụng trong nhiều trường hợp cầu kiện chịu cắt, bao gồm cả cầu kiện bê tông nhiều lớp.

Từ khóa: sức kháng cắt, mô hình cơ học, bê tông cốt thép.

1. Giới thiệu

Tính toán sức kháng cắt là một phần quan trọng trong thiết kế kết cấu bê tông cốt thép. Nếu sức kháng cắt bị đánh giá sai, cầu kiện có thể bị phá hoại giòn, không có dấu hiệu cảnh báo trước, dẫn đến nguy cơ sụp đổ nghiêm trọng. Điều này là đặc tính điển hình của cầu kiện không cốt đai. Ngay khi phát minh ra kết cấu bê tông cốt thép thì bài toán chịu uốn của cầu kiện bê tông cốt thép đã có lời giải rõ ràng và đơn giản, dựa trên giả thiết mặt cắt phẳng (giả thuyết Bernoulli) [1]. Ngược lại, dù đã trải qua hơn 150 năm thì bài toán chịu cắt, đặc biệt với cầu kiện bê tông cốt thép không cốt đai, vẫn chưa có lời giải thuyết phục. Lý do nằm ở mức độ phức tạp cao của ứng xử bê tông khi chịu cắt cũng như sự khó khăn trong việc đánh giá, mô tả các tham số ảnh hưởng vốn có sự tương tác qua lại với nhau. Phần lớn các mô hình tính dựa vào giả định về một đặc tính chủ đạo nào đó của kết cấu, ví dụ mô hình dựa vào sức kháng cắt tạo bởi ma sát giữa các hạt cốt liệu tại vết nứt xiên [2], năng lượng phá hủy [3], theo vị trí ứng suất tiếp lớn

nhất tại trục trung hòa [4], trong vùng bê tông chịu nén [5] hay trong vùng bê tông chịu kéo [6], hoặc dựa vào biến dạng nứt trung bình của bê tông cốt thép [7]. Ngoài tiếp cận theo mô hình giải tích thì mô hình số cũng có nhiều lý thuyết về mô hình vật liệu và cách mô tả ứng xử chịu cắt tại vùng nứt được đề xuất [8].

Sự khó khăn trong việc xây dựng mô hình tính toán sức kháng cắt cho cầu kiện bê tông cốt thép không cốt đai có thể được minh họa thông qua những công thức tính trong các tiêu chuẩn tính toán thiết kế, ví dụ tiêu chuẩn châu Âu cho kết cấu bê tông [9] như dưới đây. Để nhận thấy trong công thức này, tất cả các hệ số đều là các hệ số thực nghiệm, phụ thuộc hoàn toàn vào dữ liệu thí nghiệm và gần như không thể hiện tính chất cơ học nào cả.

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_s f_{ck})^{1/3} + 0.12 \sigma_{cp} \right] b d \quad (1)$$

Mặc dù ngày càng nhiều mô hình tính toán sức kháng cắt có thiên hướng dựa vào nền tảng cơ học nhưng trong quá trình xây dựng, các mô

hình tính hiện nay vẫn còn nhiều tham số kinh nghiệm. Điều này làm cho lời giải không mang tính tổng quát. Các công thức tính thường chỉ phù hợp với một nhóm dữ liệu thí nghiệm hoặc một loại bê tông cụ thể và không thể áp dụng rộng rãi cho mọi trường hợp.

Sự phát triển của các công cụ đo đạc hiện đại đang giúp quan sát rõ hơn quá trình hình thành và phát triển vết nứt tại thời điểm phá hoại [10]. Tuy nhiên, dù có nhiều tiến bộ trong thực nghiệm, vấn đề cốt lõi vẫn chưa được giải quyết triệt để do trong phân tích kết cấu vẫn còn thiếu một lời giải đầy đủ về cơ chế kháng cắt.

Nhiều tiêu chuẩn thiết kế hiện nay vẫn dựa vào các công thức kinh nghiệm để xác định sức kháng cắt của kết cấu bê tông không cốt đai [9, 11]. Những công thức này, dù đã được kiểm chứng qua thực nghiệm, vẫn tồn tại nhiều hạn chế và không thể phản ánh toàn diện các yếu tố ảnh hưởng đến khả năng chịu cắt. Cuộc thi dự đoán sức kháng cắt được tổ chức tại Toronto năm 2015 đã cho thấy có nhiều sai số tính toán từ các mô hình tính bao gồm cả các mô hình số [12] với mức chênh lệch hàng trăm %. Do đó, việc tiếp tục nghiên cứu và phát triển các mô hình tính toán chính xác hơn là một yêu cầu cấp thiết để nâng cao độ an toàn và hiệu quả trong thiết kế kết cấu.

Ngoài cách tiếp cận theo hướng cơ học thì hiện nay ngày càng nhiều nghiên cứu theo hướng học máy được thực hiện [13, 14]. Cách tiếp cận này thực chất là một phương pháp hồi quy dựa vào cơ sở dữ liệu. Do mô hình được tạo ra phụ thuộc hoàn toàn vào cơ sở dữ liệu nên mô hình chỉ có khả năng dự đoán cho cấu kiện có các tham số nằm trong phạm vi dữ liệu. Do các cấu kiện bê tông cốt thép chịu lực ở công trình thực tế lớn hơn nhiều so với các mẫu thí nghiệm nên khả năng ứng dụng mô hình học máy cho kết cấu lớn là không khả thi. Tuy cách tiếp cận này không thể đưa ra lời giải tường minh để có thể ứng dụng trong tiêu chuẩn tính toán thiết kế nhưng trong phạm vi dữ liệu được cung cấp, mô hình học máy cũng thể hiện tiềm năng nhất định trong việc phân tích các tham số ảnh hưởng đến ứng xử chịu cắt của cấu kiện bê

tông cốt thép. Một mô hình học máy tốt có thể là cơ sở tham khảo cho việc đánh giá lại các mô hình dự trên nền tảng cơ học, ví dụ nghiên cứu mới nhất về việc tối ưu các mô hình học máy được trình bày ở [15] trong đó có so sánh độ chính xác dự đoán với các mô hình bán cơ học [16, 17] cũng như mô hình cơ học [18].

Đối với cấu kiện bê tông nhiều lớp, ví dụ cấu kiện thi công theo nhiều giai đoạn, thì khả năng chịu cắt thẳng đứng phụ thuộc vào đặc tính cơ học của từng lớp bê tông. Loạt thí nghiệm với dầm bê tông nhiều lớp được thực hiện bởi Kim và nnk [19] cho thấy đặc tính bê tông và bề dày các lớp bê tông có ảnh hưởng nhất định đến sức kháng cắt của cấu kiện liên hợp. Ngoài sức kháng cắt theo phương đứng thì sức kháng cắt theo phương ngang, đặc biệt ở phần tiếp giáp giữa các lớp bê tông, cũng được quan tâm thông qua các nghiên cứu thực nghiệm lẫn lý thuyết [20, 21]. Tuy nhiên, hiện vẫn chưa có mô hình tính nào dành cho sức kháng cắt theo phương thẳng đứng đối với cấu kiện liên hợp được đề xuất.

Bài báo này giới thiệu một mô hình cơ học nhằm đánh giá sức kháng cắt của cấu kiện bê tông nhiều lớp không cốt đai có độ mảnh kháng cắt $M / (V \cdot d) \geq 2.5$. Mô hình được phát triển dựa trên sự mở rộng của mô hình cơ học *mSM* [18] với nền tảng lý thuyết đã được trình bày trong các nghiên cứu [22-24]. Độ chính xác của mô hình *mSM* đã được kiểm chứng thông qua một cơ sở dữ liệu thí nghiệm phong phú về sức kháng cắt của cấu kiện bê tông cốt thép bao gồm cả bê tông cốt liệu nhẹ và bê tông geopolimer [25]. Ngoài ra, mô hình *mSM* đã được mở rộng thành công cho trường hợp cấu kiện bê tông cốt thép chịu tải trọng mỗi [26]. Lý thuyết có thể áp dụng cho cả bê tông cốt sợi, hoặc cấu kiện chịu lực dọc [24]. Tuy nhiên, ở đây chỉ trình bày phần mở rộng cho cấu kiện bê tông nhiều lớp không cốt đai.

2. Mô hình cơ học *mSM*

2.1. Giới thiệu

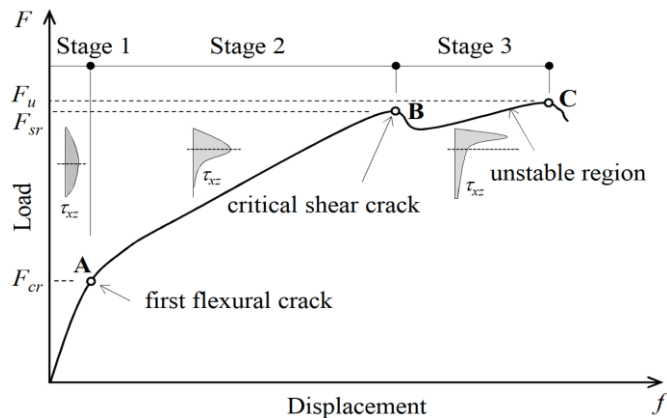
Cấu kiện bê tông cốt thép thường trải qua 3 giai đoạn trong một quá trình gia tải, xem Hình 1:

Giai đoạn 1: cấu kiện chưa bị nứt, ứng suất tiếp phân bố theo đường cong parabol với giá trị lớn nhất tại vị trí trục trung hòa.

Giai đoạn 2: cấu kiện bị nứt (vết nứt đầu tiên tương ứng với điểm **A**) và ứng suất tiếp chuyển dịch về vùng bê tông chịu nén. Ứng suất tiếp lớn nhất vẫn ở vị trí trục trung hòa. Giai đoạn này kết thúc khi vết nứt cắt bắt đầu vượt qua trục trung hòa (điểm **B**) và đi vào vùng bê tông chịu nén. Sự liên tục giữa vùng kéo và vùng nén bị phá vỡ và cấu kiện có thể bị phá hoại đột ngột do mất ổn định.

Giai đoạn 3: kết cấu làm việc không ổn định với sơ đồ chuyển đổi liên tục. Vết nứt cắt tiếp tục đi sâu vào vùng bê tông chịu nén. Đến một thời điểm nào đó khi kết cấu không thể giữ được cân bằng, nó sẽ bị phá hoại (điểm **C**). Ứng xử trong giai đoạn 3 có tính ngẫu nhiên cao. Do đó, điểm **C** trong Hình 1 có thể ở cao hơn hoặc thấp hơn điểm **B**.

Khác với nhiều cách tiếp cận hiện có, lý thuyết được trình bày ở đây dựa vào giả định rằng phá hoại cắt của cấu kiện bê tông cốt thép không cốt đai được quyết định bởi vết nứt cắt xảy ra tại vị trí trục trung hòa của mặt cắt nứt, tương ứng với điểm **B** ở đường cong tải trọng và chuyển vị của dầm bê tông cốt thép khi chịu tải, xem Hình 1.



Hình 1. Đường cong tải trọng – chuyển vị của dầm bê tông cốt thép với phá hoại cắt [18]

Sức kháng cắt của cấu kiện phụ thuộc vào ứng suất tiếp trong vùng bê tông chịu nén và chịu kéo ở trạng thái giới hạn. Công thức tổng quát được biểu diễn như dưới đây, với các tham số được giải thích ở phần *Ký hiệu* nằm cuối bài báo.

$$V_c = bd \left[f_{ct,ef} \cdot \psi \cdot k_x + \frac{G_{F,ef}}{w_{cr}} (1 - k_x) \right] \quad (2)$$

Với cấu kiện chịu tải trọng tập trung, vết nứt cắt nguy hiểm xuất hiện ở vị trí cách điểm đặt tải một khoảng cách xấp xỉ bằng chiều cao chịu cắt d của mặt cắt. Trường hợp cấu kiện chịu tải trọng phân bố, vị trí vết nứt cắt nguy hiểm phụ thuộc vào cả độ lớn của tải trọng. Do đó, nó cần xác định thông qua tính lặp.

So với các mô hình tính cắt khác thì mô hình mSM được trình bày ở đây được viết dưới dạng tường minh hoàn toàn dựa trên các nguyên lý cơ học. Bê tông được mô tả với đầy đủ 5 tham số cơ học đặc trưng gồm: cường độ chịu nén f_c , cường độ chịu kéo f_{ct} , mô đun đàn hồi E_c , năng lượng phá hủy G_F và cuối cùng là hệ số Poát-xông ν . Nhờ cách biểu diễn tổng quát này mà mô hình có khả năng tính toán cho vật liệu có tính giòn tổng quát (gồm bê tông, gạch, đá, kính...) mà không cần bổ sung thêm các hệ số điều chỉnh nào.

Đối với cấu kiện bê tông cốt thép sử dụng nhiều lớp vật liệu bê tông khác nhau, sự phân bố ứng suất cắt trên mặt cắt sẽ phụ thuộc vào sự phân bố vật liệu cũng như độ cứng tương đối giữa các lớp vật liệu này [27]. Để phát triển các công thức tính toán sức kháng cắt cho trường hợp cấu kiện có nhiều lớp vật liệu bê tông, các hệ số trong công thức (2) như chiều cao vùng bê tông chịu nén k_x , hệ số đặc ψ mô tả phân bố ứng suất tiếp trong vùng bê tông chịu nén cần được phân tích chi tiết xét đến sự tham gia của nhiều lớp vật liệu. Chi tiết về việc tính toán những tham số này được trình bày ở mục 2.2.

Cần lưu ý là nội dung tính toán được trình bày ở đây là về sức kháng cắt thẳng đứng, với giả định rằng sức kháng cắt theo phương ngang (hay còn gọi là sức kháng trượt bề mặt tiếp xúc giữa các lớp bê tông) đủ lớn và phá hoại do trượt dọc không xảy ra.

2.2. Mô hình cho cấu kiện bê tông nhiều lớp

Phương trình (2) có giá trị với cấu kiện bê tông một lớp và cấu kiện bê tông nhiều lớp. Để tính toán thành phần sức kháng cắt ở các vùng bê tông chịu nén và chịu kéo của cấu kiện bê tông nhiều lớp thì trước hết cần xác định chiều cao vùng bê tông chịu nén. Tùy theo chiều dày của các lớp bê

tông và hàm lượng cốt thép dọc trong cấu kiện mà trục trung hòa có thể nằm ở lớp bê tông phía dưới hoặc phía trên, xem Hình 2.

Chiều cao vùng bê tông chịu nén được biểu diễn thông qua $x_1 + x_2$, trong đó x_2 là chiều dày lớp bê tông bên trên đã biết trước và x_1 là đại lượng chiều dày cần xác định. Đối với cấu kiện không có lực dọc, chiều cao tương đối vùng bê tông chịu nén ở lớp dưới được tính dựa trên phương trình cân bằng lực dọc sau thu gọn như dưới đây.

$$n_e \rho_s = \frac{k_1^2 + (2k_1 + k_2)k_2 n_{21}}{2(1 - k_1)} \quad (3)$$

với $k_1 = x_1 / d$ và $k_2 = x_2 / d$ là chiều cao tương đối của vùng bê tông chịu nén; d là chiều cao chịu lực có hiệu của mặt cắt dầm chỉ xét lớp bê tông dưới; $n_{21} = E_{c2} / E_{c1}$ là tỷ số mô đun đàn hồi của hai lớp bê tông; $n_e = E_s / E_{c1}$ và $\rho_s = A_s / (bd)$.

Phương trình (3) có thể viết lại dưới dạng phương trình bậc hai theo k_1 như sau:

$$k_1^2 + 2[k_2 n_{21} + n_e \rho_s]k_1 + (k_2^2 n_{21} - 2n_e \rho_s) = 0 \quad (4)$$

Nghiệm của phương trình trên là:

$$k_1 = (n_{21} k_2 + n_e \rho_s) \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2n_e \rho_s - n_{21} k_2^2}{(n_e \rho_s + n_{21} k_2)^2}} \right) \quad (5)$$

Tùy theo vị trí trục trung hòa nằm ở lớp dưới hay lớp trên mà giá trị x_1 cũng như k_1 tương ứng

có thể dương hoặc âm.

Từ phương trình (5), trục trung hòa sẽ nằm ở lớp bê tông phía dưới ($k_1 > 0$) nếu xảy ra điều kiện sau:

$$k_2 \leq \sqrt{2n_e \rho_s / n_{21}} \quad (6)$$

Bề rộng vết nứt phụ thuộc nhiều vào ứng suất và biến dạng của cốt thép tại vết nứt. Để xác định bề rộng vết nứt w_{cr} , ứng suất kéo trong cốt thép được tính dựa vào mô men uốn và đặc trưng hình học của cốt thép như sau:

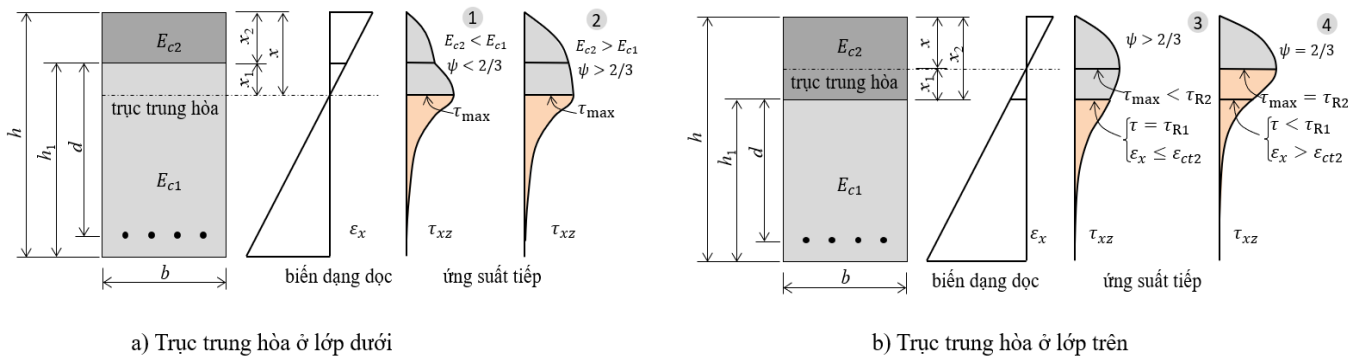
$$\sigma_s = \frac{M}{z_c A_s E_s} \quad (7)$$

Trong đó, z_c là cánh tay đòn, là khoảng cách giữa trọng tâm ứng suất trong vùng bê tông chịu nén và trọng tâm cốt thép chịu kéo, được xác định theo phương trình (8) như sau:

$$z_c = \begin{cases} d \frac{k_1^2}{2(1 - k_1) n_e \rho_s} A & \text{khi } k_1 \geq 0 \\ d(1 + k_2) \left(1 - \frac{k_x}{3} \right) & \text{khi } k_1 < 0 \end{cases} \quad (8)$$

với hệ số A được tính như sau:

$$A = n_{21} \left(1 + \frac{k_2}{k_1} \right)^2 \left(1 - \frac{k_1 - 2k_2}{3} \right) + \left(1 - \frac{k_1}{3} \right) (1 - n_{21}) \quad (9)$$



Hình 2. Các dạng phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt theo vị trí trục trung hòa

Nếu trục trung hòa nằm ở bê tông lớp trên, chiều cao vùng bê tông chịu nén được xác định như sau:

$$k_x = \frac{n_e \rho_s}{n_{21} (1 + k_2)} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2n_{21} (1 + k_2)}{n_e \rho_s}} \right) \quad (10)$$

Trong trường hợp trục trung hòa nằm ở lớp

bê tông bên dưới, chiều cao vùng bê tông chịu nén được tính là:

$$k_x = \frac{k_1 + k_2}{1 + k_2} \quad (11)$$

Hệ số đặc mô tả ứng suất cắt ở vùng bê tông chịu nén được tính như sau:

$$\psi = \frac{2}{3} \cdot \frac{n_{21} - k_{x_1}^3 (n_{21} - 1)}{n_{21} - k_{x_1}^2 (n_{21} - 1)} \quad (12)$$

với $k_{x_1} = x_1 / x = k_1 / (k_1 + k_2)$.

Trường hợp mô đun đàn hồi của hai lớp bê tông bằng nhau, đồng nghĩa với hệ số $n_{21} = 1$, thì hệ số đặc $\psi = 2/3$, giá trị này giống như cấu kiện một lớp bê tông. Tuy nhiên, nếu hai lớp bê tông có cường độ chịu kéo khác nhau thì trạng thái giới hạn vẫn phụ thuộc vào những cường độ này.

2.3. Xác định các thông số khác

2.3.1. Đặc tính cơ học của bê tông

Trong trường hợp không có kết quả thí nghiệm, các tham số cơ học còn thiếu có thể được ước lượng thông qua những tham số cơ bản đã biết.

a) Cường độ chịu kéo có hiệu

Cường độ chịu kéo có hiệu được xác định thông qua cường độ chịu kéo một trục và hệ số Poát-xông, có thể lấy bằng 0.2 theo *fib* Model Code 2010 [10], như sau:

$$f_{ct,ef} = \frac{f_{ct}}{1 + \nu} \approx 0.83 \cdot f_{ct} \quad (13)$$

b) Cường độ chịu kéo một trục

Cường độ chịu kéo một trục có thể tính thông qua cường độ chịu nén theo tiêu chuẩn Eurocode 2 thế hệ mới [28] như sau:

$$f_{ct} = \begin{cases} 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3} & | f_c \leq 58 \text{MPa} \\ 1.1 \cdot f_{ck}^{1/3} & | f_c > 58 \text{MPa} \end{cases} \quad (14)$$

với f_{ck} là cường độ chịu nén danh định, được tính bằng $f_{ck} = f_c - 8 \text{MPa}$.

c) Mô đun đàn hồi

Mô đun đàn hồi cũng được ước lượng theo Eurocode 2 thế hệ mới [28] như dưới đây:

$$E_c = 9500 \cdot f_c^{1/3} \quad (15)$$

d) Năng lượng phá hủy

Năng lượng phá hủy được tính thông qua cường độ bê tông chịu nén và kích thước hạt cốt liệu lớn nhất trong bê tông theo [29] như sau:

$$G_F = 0.03 \cdot f_c^{0.18} \cdot a_g^{0.32} \quad (16)$$

2.3.2. Bề rộng vết nứt và khoảng cách vết nứt

Bề rộng vết nứt là một tham số quan trọng vì

nó quyết định chiều cao có hiệu của ứng suất cắt trong vùng bê tông chịu kéo. Về mặt vật lý, bề rộng vết nứt là tổng độ trượt tương đối giữa bê tông và cốt thép tại vị trí nứt.

a) Bề rộng vết nứt

Bề rộng vết nứt được xác định là tích số của khoảng cách vết nứt và chênh lệch biến dạng giữa bê tông và cốt thép tính theo công thức sau:

$$w_{cr} = s_{cr} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (17)$$

Chênh lệch biến dạng trung bình giữa bê tông và cốt thép trong đoạn cấu kiện bằng khoảng cách hai vết nứt được tính như sau:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{1}{E_s} \left[\sigma_s - \beta_t \frac{f_{ct}}{\rho_{s,ef}} (1 + n_e \rho_{s,ef}) \right] \quad (18)$$

với β_t là hệ số phụ thuộc vào dạng tải trọng và $\rho_{s,ef}$ là hàm lượng cốt thép chịu kéo có hiệu. Hệ số β_t được lấy bằng 0.6 cho trường hợp tải trọng ngắn hạn và 0.4 cho trường hợp tải trọng dài hạn.

b) Khoảng cách vết nứt

Khoảng cách giữa hai vết nứt chính được tính theo [24], là giá trị lớn hơn của vết nứt quyết định bởi kích thước cấu kiện và vết nứt tập trung tại vùng cốt thép chịu kéo.

$$s_{cr} = \max(s_{cr1}, s_{cr2}) \quad (19)$$

trong đó

$$s_{cr1} = 0.75 \cdot d(1 - k_x) \quad (20)$$

với d ở đây là chiều cao có hiệu của mặt cắt liên hợp tính bằng khoảng cách từ trọng tâm cốt thép chịu kéo và thớ trên cùng của mặt cắt, và

$$s_{cr2} = \frac{1.5\phi_s}{4k_b \rho_{s,ef}} \quad (21)$$

với

$$k_b = \frac{\tau_{bm}}{f_{ct}} = 0.97 \left(\frac{1 + n_e \rho_{s,ef}}{\rho_{s,ef}^2} \cdot \frac{\phi_s}{E_s} \right)^{1/4} \sqrt{\frac{f_c^{3/4}}{f_{ct}}} \quad (22)$$

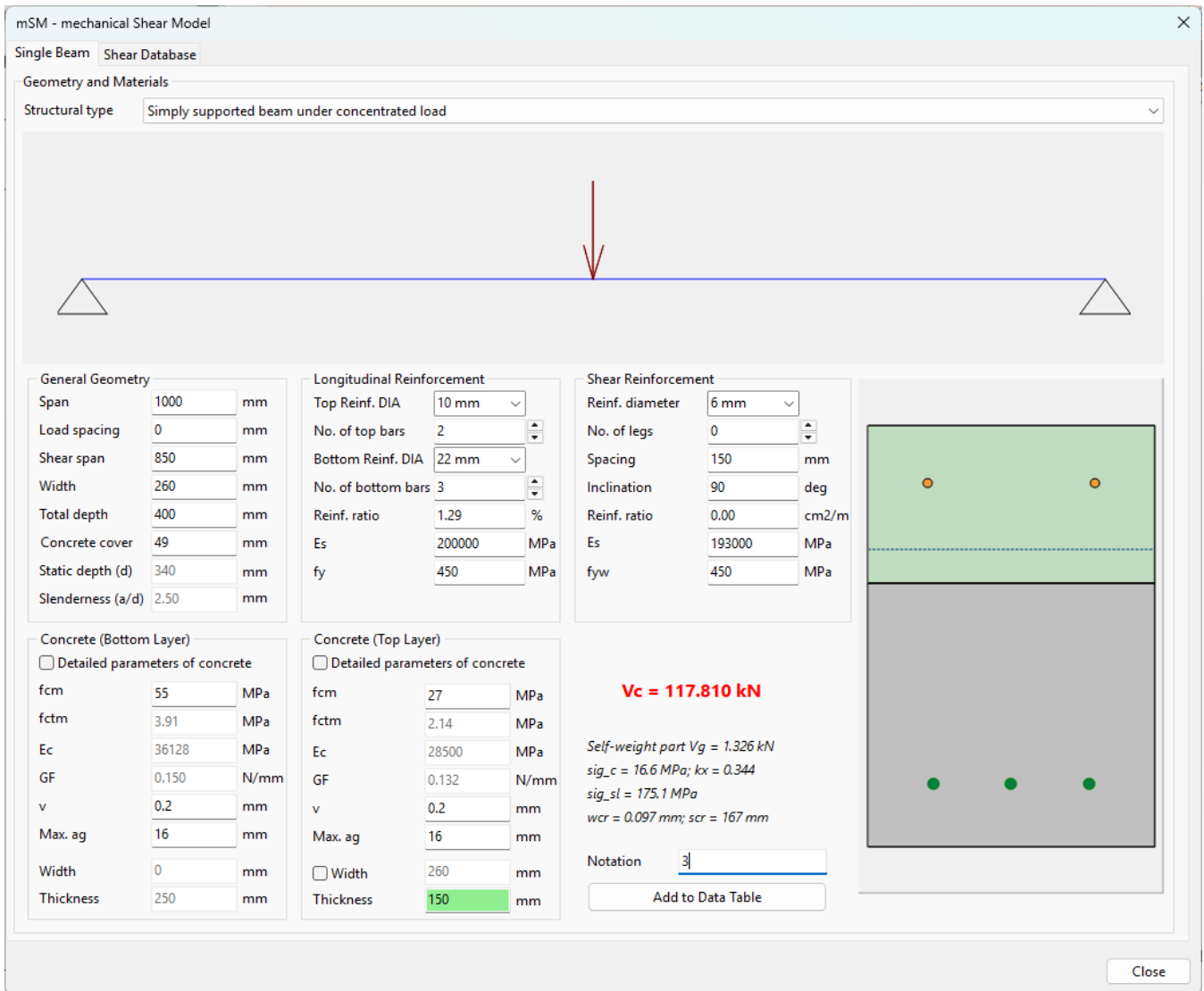
Đưa các tham số tính toán được trình bày ở mục 2.2 và 2.3 vào phương trình (2) trong mục 2.1 sẽ thu được sức kháng cắt tính toán.

3. Chương trình tính

Với mô hình cơ học được trình bày ở phần 2 và các công thức giải tích rõ ràng, việc tính toán sức kháng cắt tương đối đơn giản. Do sức kháng

cắt phụ thuộc vào bề rộng vết nứt, nghĩa là theo cả biến dạng và ứng suất theo phương dọc, nên nó cần được xác định thông qua tính lặp. Cần lưu ý là

nếu chỉ quan tâm đến việc kiểm tra sức chịu lực cắt của cấu kiện khi so với tải trọng tác động thì việc tính lặp có thể được bỏ qua.



Hình 3. Giao diện chương trình mSM tính toán sức kháng cắt của cấu kiện bê tông cốt thép nhiều lớp

Để thuận tiện cho việc tính toán sức kháng cắt của cấu kiện bê tông cốt thép nhiều lớp, tác giả đã xây dựng một chương trình tính với giao diện được trình bày ở Hình 3. Chương trình cho phép tính toán nhiều trường hợp cấu kiện bê tông cốt thép chịu cắt không cốt đai. Hơn thế nữa, chương trình cũng cho phép tính được với cấu kiện có hàm lượng cốt đai nhỏ, cốt đai thẳng đứng hoặc cốt đai xiên. Lý thuyết về mô hình mSM cho cấu kiện có hàm lượng cốt đai nhỏ sẽ trình bày ở một bài báo riêng.

Chương trình cũng cho phép tạo lập một cơ sở dữ liệu về sức kháng cắt một cách thuận tiện,

thông qua việc tự động ghi lại trường hợp đang tính toán và bổ sung trực tiếp vào cơ sở dữ liệu.

Với giao diện thân thiện, kết quả trực quan, cũng như nhiều tùy biến và có độ chính xác cao, chương trình phù hợp với việc tính toán giá trị sức kháng cắt trung bình và cả sức kháng cắt thiết kế.

4. Đánh giá mô hình tính bằng kết quả nghiên cứu thực nghiệm

Nhằm đánh giá độ chính xác của mô hình tính, các kết quả thí nghiệm của Kim và nnk [19], Vện và nnk [30] được sử dụng. Những đầm này có kích thước, chiều dày các lớp bê tông khác nhau, cường độ bê tông và hàm lượng cốt thép dọc cũng

thay đổi, xem Bảng 1. Trong tổng số 26 dầm thì có 12 dầm bê tông một lớp được sử dụng với mục đích đối chứng và so sánh. Chương trình tính *mSM* được dùng cho phần đánh giá này.

Đối với các dầm trong Bảng 1, bê tông được sử dụng có kích thước hạt cốt liệu lớn nhất a_g là 25 mm (với nhóm nghiên cứu Kim và nnk [19]) và 20 mm (với nhóm nghiên cứu Ven và nnk [30]). Giá trị này cần thiết trong việc ước lượng năng lượng phá

hủy G_F của bê tông. Do cường độ chịu kéo f_{ct} của bê tông không được cung cấp đầy đủ nên nó được tính toán dựa vào cường độ chịu nén của bê tông f_c .

Việc so sánh giữa kết quả thí nghiệm và tính toán được thể hiện thông qua tỷ số giữa hai giá trị này, được ký hiệu là $\theta = V_{exp} / V_{cal}$. Giá trị của θ lớn hơn 1 thể hiện mô hình cho kết quả thiên về an toàn và ngược lại.

Bảng 1. Kết quả thí nghiệm và tính toán

Tác giả	Dầm	<i>a/d</i> -	<i>b</i> mm	<i>h</i> ₁ mm	<i>f</i> _{c1} MPa	<i>x</i> ₂ mm	<i>f</i> _{c2} MPa	ρ_s %	<i>V</i> _{exp} kN	<i>V</i> _{cal} kN	$\theta =$ <i>V</i> _{exp} / <i>V</i> _{cal}
Kim và nnk. [19]	1	2.5	260	400	27			1.29	108.5	103.2	1.05
	2	2.5	260	400	55			1.29	134.5	136.6	0.98
	3	2.5	260	250	55	150	27	1.29	125.5	119.8	1.05
	4	2.5	260	150	55	250	27	1.29	107.0	116.9	0.92
	5	2.5	260	250	27	150	58	1.29	99.5	127.1	0.78
	6	4.0	260	400	25			2.78	129.5	105.0	1.23
	7	4.0	260	400	53			2.78	156.5	146.4	1.07
	8	4.0	260	250	53	150	25	2.78	150.0	150.4	1.00
	9	4.0	260	150	53	250	25	2.78	122.5	118.8	1.03
	10	4.0	260	250	25	150	55	2.78	127.0	134.9	0.94
	11	4.0	260	400	21			1.72	92.5	80.4	1.15
	12	4.0	260	400	63			1.72	101.0	121.1	0.83
	13	4.0	260	250	59	150	22	1.72	135.0	96.4	1.40
	14	4.0	260	150	53	250	23	1.72	101.5	93.5	1.09
	15	4.0	260	250	23	150	52	1.72	107.0	109.9	0.97
	16	4.0	260	400	25			1.29	94.0	78.9	1.19
	17	4.0	260	400	55			1.29	97.5	103.9	0.94
	18	4.0	260	250	55	150	25	1.29	107.5	85.6	1.26
	19	4.0	260	150	55	250	25	1.29	95.5	85.1	1.11
	20	4.0	260	250	25	150	55	1.29	91.5	100.7	0.91
Ven và nnk. [30]	V23.01	3.3	150	180	38			1.52	31.5	32.8	0.96
	V23.02	3.3	150	180	38			1.52	31.4	32.8	0.96
	V23.03	2.5	150	230	38			1.14	42.2	44.0	0.96
	V23.04	2.5	150	230	38			1.14	42.4	44.0	0.96
	V23.06	2.5	150	180	38	50	114	1.14	46.3	43.3	1.07
	V23.07	2.5	15	180	38	80	114	1.14	45.9	48.4	0.95

Tổng 26 dầm

Giá trị trung bình μ_θ **1.05**

Hệ số biến thiên δ_θ (%) **13.6**

Có thể thấy mô hình *mSM* cho kết quả dự đoán rất sát kết quả thí nghiệm đối với các mẫu thí nghiệm thực hiện tại trường đại học Việt Đức [30], gồm những dầm bê tông cường độ thấp ($f_c \approx 38$ MPa), cường độ siêu cao ($f_c \approx 114$ MPa) và các dầm composite sử dụng hai loại bê tông này.

Đối với loạt thí nghiệm của Kim và nnk [19] thì *mSM* cũng cho kết quả rất tốt cho trường hợp bê tông cường độ cao ($f_c \approx 60$ MPa). Tuy nhiên, mô hình tính cho kết quả có xu hướng thiên về an toàn ở các dầm dùng bê tông cường độ thấp ($f_c \approx 25$ MPa). Cần lưu ý rằng, do chỉ có kết quả cường độ chịu nén f_c nên trong trường hợp này, những tham số cơ học khác gồm cường độ chịu kéo f_{ct} , mô đun đàn hồi E_c và năng lượng phá hủy G_F đã phải ước lượng thông qua f_c .

Thực tế cho thấy, cùng một cường độ chịu nén nhưng bê tông được chế tạo với các công thức khác nhau, sử dụng vật liệu từ những nguồn khác nhau, quy trình trộn, đổ và bảo dưỡng không giống nhau, và phương pháp gia tải khác nhau nên thường cho kết quả tương quan giữa các đại lượng cơ học khác nhau. Do đó, việc ước lượng các đại lượng cơ học còn thiếu thông qua cường độ chịu nén chỉ cho kết quả có độ chính xác nhất định. Kiểm định mô hình ở [18] cho thấy nếu các tham số cơ học được xác định từ thí nghiệm thì *mSM* đem lại kết quả chính xác cao hơn so với việc tính toán với các tham số ước lượng.

Thống kê cho thấy giá trị θ có giá trị trung bình là 1.05 và hệ số biến thiên 13.6%. Kết quả này cho thấy mô hình tính dự đoán giá trị sức kháng cắt khá tương đồng với giá trị thu được từ thí nghiệm, thể hiện độ chính xác tương đối cao.

5. Kết luận

Bài báo này thảo luận về bài toán sức kháng cắt của cấu kiện bê tông cốt thép không cốt đai và giới thiệu mô hình tính *mSM* cho cấu kiện bê tông nhiều lớp. Mô hình mới được xây dựng hoàn toàn dựa trên phân tích cơ học và toán học và được kiểm chứng với các kết quả thí nghiệm.

Các tham số cơ học vật liệu sử dụng trong mô hình *mSM* đều có thể xác định bằng thí nghiệm

hoặc ước lượng dựa vào mối tương quan với một số đặc trưng cơ học cơ bản, ví dụ tính theo cường độ chịu nén của bê tông f_c . Việc kiểm chứng mô hình thông qua kết quả thí nghiệm gồm 26 dầm bê tông cốt thép bước đầu đã khẳng định độ chính xác của lý thuyết và mô hình tính *mSM*.

Việc tính toán sức kháng cắt được thực hiện đơn giản nhờ các công thức giải tích tường minh. Tuy nhiên, nó vẫn đòi hỏi một quá trình tính lặp. Chương trình tính *mSM* được xây dựng đã giúp cho quá trình tính toán được trực quan và đơn giản hơn nữa, đồng thời cho phép xây dựng một cơ sở dữ liệu về sức kháng cắt.

Do số lượng thí nghiệm còn ít nên chủ đề này có thể tiếp tục theo hướng bổ sung các nghiên cứu thực nghiệm nhằm làm rõ các trạng thái chịu lực của cấu kiện bê tông nhiều lớp, đặc biệt cấu kiện liên hợp với số lớp lớn hơn 2 để khảo sát vùng bê tông quyết định đến phá hoại cắt.

Ký hiệu viết tắt

a	chiều dài nhịp chịu cắt có hiệu
a / d	độ mảnh chịu cắt
b	bề rộng mặt cắt
h	chiều cao mặt cắt
h ₁	chiều cao lớp bê tông dưới
d	chiều cao có hiệu của mặt cắt (lớp dưới)
f _c	cường độ chịu nén trung bình của bê tông
f _{ck}	cường độ chịu nén danh định của bê tông
f _{c1}	cường độ chịu nén của bê tông lớp dưới
f _{c2}	cường độ chịu nén của bê tông lớp trên
f _y	giới hạn chảy của cốt thép
k	hệ số kích thước, $k = 1 + \sqrt{200 / d} \leq 2$
k ₁	chiều cao vùng nén tương đối $k_1 = x_1 / d$
k ₂	chiều cao vùng nén tương đối $k_2 = x_2 / d$
k _{x1}	tỷ số x_1 / x
k _x	chiều cao tương đối vùng nén $k_x = x / d_{all}$
n _e	tỷ số mô đun đàn hồi thép và BT lớp dưới
n ₂₁	tỷ số mô đun đàn hồi BT lớp trên và dưới
x	chiều cao vùng bê tông chịu nén
x ₁	chiều cao vùng bê tông chịu nén ở lớp dưới
x ₂	chiều dày lớp bê tông phía trên
Z _c	cánh tay đòn giữa vùng nén và kéo
C _{Rd,c}	hệ số thực nghiệm

E_s	mô đun đàn hồi của cốt thép
M	mô men uốn
N	lực dọc
V_{Ed}	lực cắt thiết kế
$V_{Rd,c}$	sức kháng cắt thiết kế
V_{exp}	sức kháng cắt thực nghiệm
V_{cal}	sức kháng cắt tính toán
θ	tỷ số sức kháng thực nghiệm và tính toán
ρ_s	hàm lượng cốt dọc theo bê tông lớp dưới
σ_{cp}	ứng suất trung bình trên mặt cắt do lực dọc

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Bộ Giáo dục và Đào tạo trong đề tài mã số B2023-VGU-06. Nhóm tác giả chân thành cảm ơn sự tài trợ này.

Tài liệu tham khảo

- [1] Emil Mörsch. (1906). Steel reinforced concrete: Theory and Application (in German). Stuttgart - Verlag von Konrad Wittwer.
- [2] J.C. Walraven. Aggregate interlock: a theoretical and experimental analysis. (1980). *Dissertation, Delft University of Technology, Delft, Netherlands*.
- [3] Z.P. Bažant, J.-K. Kim. (1984). Size effect in shear failure of longitudinal reinforced beams. *ACI Struct J*, 81(5), 456-468.
- [4] M. Zink. (2000). On the bending shear failure of slender components made of high-performance concrete with and without prestressing (in German). *Universität Leipzig, Dissertation, Viewweg+Taubner Verlag*.
- [5] A.K. Tureyen, R.J. Frosch. (2003). Concrete shear strength: another perspective. *ACI Structural Journal*, 100(5), 609-615.
- [6] N.D. Tung, N.V. Tue. (2016). A new approach to shear design of slender reinforced concrete members without transverse reinforcement. *Engineering Structures*, 107, 180-194.
- [7] E.C. Bentz, F.J. Vecchio, M.P. Collins. (2006). Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements. *ACI Structural Journal*, 103(4), 614-624.
- [8] V. Červenka, L. Jendele, J. Červenka. (2010). ATENA Program Documentation - Theory. *Červenka company, Prague*.
- [9] European Commission. (1992). Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 2: Concrete bridges -Design and detailing rules; German version EN 1992-2:2005 + AC:2008.
- [10] F. Cavagnis. (2017). Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: from refined experimental measurements to mechanical models. *Dissertation thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne*.
- [11] Fédération Internationale du Béton. (2013). *fib Model Code for Concrete Structures 2010. Lausanne, Switzerland. ISBN: 987-3-433-03061-5, 2013*.
- [12] M.P. Collins, E.C. Bentz, P.T. Quach, G.T. Proestos. (2015). The challenge of predicting the shear strength of very thick slabs. *Concrete International*, 37(11), 29-37.
- [13] N.T. Anh, L.H. Bằng. (2020). Dự đoán sức kháng cắt của dầm bê tông cốt thanh FRP không có cốt thép đai sử dụng mạng thần kinh nhân tạo. *Tạp chí Khoa học Giao thông vận tải*, 71(9), 1047-1060.
- [14] M.V. Chién. (2024). Dự đoán sức kháng cắt của dầm FRP-RC bằng mô hình học máy CatBoost tối ưu hóa. *Tạp chí Khoa học và Công nghệ Giao thông*, 4(3), 13-27.
- [15] A.B. David, O.B. Olalusi, P.O. Awoyera, L. Simwanda. (2024). Suitability of Mechanics-Based and Optimized Machine Learning-Based Models in the Shear Strength Prediction of Slender Beams Without Stirrups. *Buildings*, 14(12), 3946.
- [16] A. Cladera, A. Marí, C. Ribas, J. Bairán. (2015). Mechanical-based shear model for assessment of reinforced and/or prestressed concrete beams. *Proceedings of the SMAR 2015-Third Conference on Smart Monitoring, Assessment and Rehabilitation of Civil Structures, Antalya, Turkey*.
- [17] A. Cladera, A. Marí, C. Ribas, E. Oller, J.M. Bairán, N. Duarte, R. Menduina. (2019). A simplified model for the shear strength in RC and PC beams, and for punching shear in slabs, without or with shear reinforcement,

- including steel, FRP and SMA. *Proceedings of the SMAR 2019 - Fifth Conference on Smart Monitoring, Assessment and Rehabilitation of Civil Structures*.
- [18] N.L. Tran. (2020). A mechanical model for the shear capacity of slender reinforced concrete members without shear reinforcement. *Engineering Structures*, 219, 110803.
- [19] C.-G. Kim, H.-G. Park, S.-M. Kang, G.-H. Hong. (2014). Shear strength of composite beams with dual concrete strengths. *International conference on geological and civil engineering, Vol. 62 (2014), IACSIT Press, Singapore*.
- [20] R.E. Loov, A.K. Patnaik. (1994). Horizontal Shear Strength of Composite Concrete Beams with a Rough Interface. *PCI Journal*, pp.48-69.
- [21] A. Halicka. (2011). Influence new-to-old concrete interface qualities on the behaviour of support zones of composite concrete beams. *Construction and Building Materials*, 25(10) 4072-4078.
- [22] N.L. Tran, J. Kohoutek, C.A. Graubner. (2015). Shear capacity of reinforced concrete members without shear reinforcement (in German). *Beton- und Stahlbetonbau*, 110, 244-253.
- [23] N.L. Tran. (2018). A new shear model for fibre-reinforced concrete members without shear reinforcement. *High Tech Concrete: Where Technology and Engineering Meet*. Springer.
- [24] N.L. Tran. (2018). Shear strength of slender reinforced concrete members - A mechanical model. *Habilitation thesis, Technische Universität Darmstadt, Germany*.
- [25] K.-H. Reineck, D.A. Kuchma, B. Fitik. (2012). Extended databases for checking the shear force design for structural concrete components with and without stirrups (in German). *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 597. Berlin: Beuth Verlag GmbH Berlin-Wien-Zürich*.
- [26] N.L. Tran. (2021). Shear model mSM-c for slender reinforced concrete members without shear reinforcement subjected to fatigue loads. *Engineering Structures*, 233, 111886.
- [27] T.N. Linh, P.L. Vẹn, N. Đình. (2024). Lý thuyết về sức kháng cắt của dầm bê tông cốt thép nhiều lớp không cốt đai. *Tuyển tập Công trình Hội thảo khoa học Những tiến bộ trong Xây dựng, Kiến trúc, Kinh tế & Công nghệ năm 2024. Trường Đại học Xây dựng miền Trung*, tr. 95-103.
- [28] European Commission. (2021). Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules – Rules for buildings, bridges and civil engineering structures; prEN 1992-1-1:2021.
- [29] N.L. Tran, C.-A. Graubner. (2018). Uncertainties of concrete parameters in shear capacity calculation of RC members without shear reinforcement. *Proceedings of the 16th International Probabilistic Workshop, Vienna, Austria, 2018*.
- [30] P.L. Vẹn, N.Đ. Hùng, T.N. Linh. (2024). Nghiên cứu thực nghiệm sức kháng cắt dầm bê tông nhiều lớp không cốt đai. *Tuyển tập Công trình Hội thảo khoa học Những tiến bộ trong Xây dựng, Kiến trúc, Kinh tế & Công nghệ năm 2024. Trường Đại học Xây dựng miền Trung*, tr. 234-241.