



## Predicting the shear strength of FRP-RC beams using optimized CatBoost machine learning model

Chien Van Mai

University of Transport Technology, 54 Trieu Khuc, Thanh Xuân, Ha Noi, 100000, Vietnam

### Article info

#### Type of article:

Original research paper

#### DOI:

<https://doi.org/10.58845/jstt.utt.2024.vn.4.3.13-27>

#### \*Corresponding author:

Email address:

[chienmv@utt.edu.vn](mailto:chienmv@utt.edu.vn)

**Received:** 30/06/2024

**Revised:** 28/07/2024

**Accepted:** 30/07/2024

**Abstract:** Although FRP is an effective alternative to traditional steel reinforcement, determining the shear strength of FRP-RC beams remains a challenge due to the distinct properties of this material compared to steel. This study focuses on the development a database from collected experimental results and combining it with numerical simulations to develop a machine learning (ML) model capable of accurately predicting the shear strength of FRP-RC beams. This study utilizes data from 453 experimental results collected from 54 papers and combines it with numerical simulations to build a ML model based on CatBoost algorithm optimized by grid search and random search techniques. The optimal CatBoost model achieved high accuracy with  $R^2$  values of 0.998 and 0.953, RMSE values of 5.647 and 21.908, corresponding to the training and testing datasets, respectively. The analysis of the influence of parameters on the shear strength of FRP-RC beams was conducted using the SHAP analysis technique, indicating that the effective depth, shear span-to-depth ratio, FRP stirrup ratio, and FRP longitudinal reinforcement ratio are the most important factors. This model not only provides a fast and efficient calculation tool but also helps quantify the influence of various factors on shear strength, thereby supporting the optimization of design and use of FRP materials in construction.

**Keywords:** machine learning; FRP-RC beams; shear strength.



## Dự đoán sức kháng cắt của dầm FRP-RC bằng mô hình học máy CatBoost tối ưu hóa

Mai Văn Chiến

Trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải, 54 Triều Khúc, Thanh Xuân, Hà Nội, Việt Nam

### Thông tin bài viết

#### Dạng bài viết:

Bài báo nghiên cứu

#### DOI:

<https://doi.org/10.58845/jstt.utt.2024.vn.4.3.13-27>

#### \*Tác giả liên hệ:

Địa chỉ Email:

[chienvm@utt.edu.vn](mailto:chienvm@utt.edu.vn)

Ngày nộp bài: 10/06/2024

Ngày nộp bài sửa: 28/07/2024

Ngày chấp nhận: 30/07/2024

**Tóm tắt:** FRP là vật liệu thay thế hiệu quả cho cốt thép truyền thống, tuy nhiên xác định sức kháng cắt của dầm FRP-RC vẫn là một thách thức do đặc tính khác biệt của vật liệu này so với thép. Nghiên cứu tập trung xây dựng cơ sở dữ liệu từ các thí nghiệm thu thập được và kết hợp với mô phỏng số để xây dựng một mô hình học máy có khả năng dự đoán chính xác sức kháng cắt của dầm FRP-RC. Nghiên cứu này tận dụng dữ liệu từ 453 kết quả thí nghiệm thu thập từ 54 công trình nghiên cứu và kết hợp với mô phỏng số để xây dựng một mô hình học máy dựa trên thuật toán CatBoost được tối ưu hóa bằng kỹ thuật tìm kiếm theo lưới và tìm kiếm ngẫu nhiên. Mô hình CatBoost tối ưu đạt được độ chính xác cao với các giá trị  $R^2$  là 0.998 và 0.953, giá trị RMSE là 5.647 và 21.908, tương ứng với tập dữ liệu đào tạo và tập dữ liệu kiểm chứng. Phân tích ảnh hưởng của các thông số đến sức kháng cắt của dầm FRP-RC được tiến hành với kỹ thuật phân tích SHAP, chỉ ra rằng chiều cao hiệu dụng, tỷ lệ nhíp cắt trên chiều cao hiệu dụng, tỷ lệ cốt đai FRP và tỷ lệ cốt dọc FRP là những yếu tố quan trọng nhất. Mô hình này không chỉ cung cấp một công cụ tính toán nhanh chóng và hiệu quả, mà còn giúp định lượng ảnh hưởng của các yếu tố khác nhau đến sức chịu cắt, từ đó hỗ trợ tối ưu hóa thiết kế và sử dụng vật liệu FRP trong xây dựng.

**Từ khóa:** Máy học, sức kháng cắt, dầm bê tông cốt thanh FRP.

### 1. Đặt vấn đề

Ăn mòn cốt thép là một trong những nguyên nhân chính gây ra các vấn đề hư hỏng trong kết cấu bê tông cốt thép (RC) khi chịu tác động của các điều kiện môi trường khắc nghiệt [1,2]. Trong vài thập kỷ qua, thanh cốt sợi polymer (FRP) đã trở thành một lựa chọn thay thế khả thi cho cốt thép truyền thống trong các kết cấu bê tông để thi công cho các công trình đòi hỏi khả năng chống lại các tác nhân ăn mòn cao [3-5]. Thanh FRP có thể được sử dụng làm cốt thép chịu uốn và cốt thép chịu cắt, với những đặc tính nổi bật như độ bền, trọng lượng nhỏ, không bị ăn mòn, không nhiễm từ, chịu nhiệt tốt, bền với thời gian và tỷ lệ độ bền trên trọng lượng cao, làm cho vật liệu này đặc biệt có lợi thế

trong nhiều ứng dụng khác nhau [6-8].

Mặc dù nhiều nghiên cứu thực nghiệm đã chứng minh rằng lý thuyết uốn chung áp dụng cho các kết cấu dầm RC cũng có thể áp dụng cho các dầm bê tông cốt thanh FRP (FRP-RC) [9-12], nhưng do vật liệu FRP có mô đun đàn hồi thấp hơn so với thép, nên nó tạo ra các vết nứt rộng hơn và sâu hơn. Do đó, các thành phần chịu lực cắt đều nhỏ hơn so với các dầm RC, dẫn đến khả năng chịu lực cắt tổng thể của các dầm FRP-RC thấp hơn [13]. Thêm vào đó, thanh FRP khi chịu lực không có sự chảy dẻo và luôn luôn làm việc đàn hồi cho đến khi bị phá hoại, cho thấy các phương pháp dự đoán sức chịu cắt hiện có cho dầm RC không thể áp dụng trực tiếp để ước tính sức chịu

cốt của dầm FRP-RC [14].

Đến nay, số tiêu chuẩn thiết kế dầm FRP-RC trên thế giới đã đề cập tới việc xác định ứng xử cốt của dầm, như: ACI-440.1R-06 [15], CNR-DT200/2003 [16], CSA S6-09 [17], CSA-S806-12 [18], và JSCE [19]. Tuy nhiên, các hướng dẫn thiết kế được công bố dựa trên các tính toán chịu cốt cho dầm RC. Do đó, các mô hình này không phản ánh chính xác các đặc tính của thanh FRP [20]. Bên cạnh đó, một số nghiên cứu đã chỉ ra rằng các tiêu chuẩn thiết kế này thường quá thận trọng đối với việc ước tính cường độ cốt của dầm FRP-RC [21-23]. Do đó, lượng thanh FRP thiết kế thường lớn hơn đáng kể so với lượng thực tế, gây lãng phí vật liệu và làm tăng chi phí xây dựng công trình [23].

Ngoài ra, việc nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm dự đoán cường độ chịu cốt của dầm FRP-RC và khảo sát sự tương tác giữa các thông số ảnh hưởng đến cơ chế độ bền cốt đã được thực hiện [24-29], mục tiêu chủ yếu là tìm cách đưa ra các phương trình dự đoán đơn giản dựa trên các cơ chế cốt khác nhau để tạo điều kiện thuận lợi cho việc sử dụng thanh FRP trong kết cấu bê tông. Tuy nhiên, độ chính xác của các phương pháp này bị hạn chế do sự phá hủy đột ngột và giòn của dầm RC bị chi phối bởi tác động cốt và các phương trình thiết kế phù hợp không được đưa vào các quy chuẩn xây dựng hiện hành [30]. Phân tích các phương pháp tính toán sức chịu cốt hiện có cho thấy không có mô hình chung nào để tính toán sức chịu cốt của dầm FRP-RC, do đó cần có một mô hình tổng quát hơn để cải thiện độ chính xác của việc ước tính sức chịu cốt của loại dầm này.

Học máy, một tập hợp con của trí tuệ nhân tạo, cung cấp các công cụ mạnh mẽ để lập mô hình dự đoán bằng cách học từ dữ liệu, và đã được áp dụng thành công trong nhiều lĩnh vực kỹ thuật khác nhau liên quan đến kỹ thuật kết cấu [31-33], khoa học vật liệu [34,35], địa kỹ thuật [36,37], môi trường và khoa học trái đất [38,39]... Trên cơ sở kế thừa dữ liệu của các thí nghiệm đã được tiến hành trước đây, mục tiêu nghiên cứu của bài báo này là phát

triển, mô phỏng và dự báo khả năng chịu cốt của dầm FRP-RC sử dụng mô hình học máy. Giải pháp mô hình hoá và mô phỏng số dựa trên học máy có kết hợp với các thí nghiệm chọn lọc để kiểm chứng sẽ là một sự lựa chọn tối ưu để giải quyết bài toán đặt ra. Công cụ dự đoán số này giúp việc dự đoán sức kháng cốt của dầm FRP-RC một cách nhanh chóng và có độ chính xác cao, cũng như có thể định lượng được các yếu tố ảnh hưởng đến sức kháng cốt của loại dầm này.

## 2. Cơ sở dữ liệu và cơ sở lý thuyết

### 2.1. Cơ sở dữ liệu

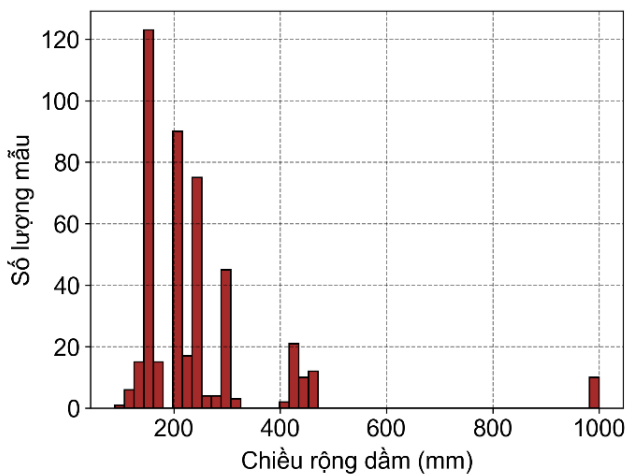
Để xây dựng mô hình học máy ước tính sức kháng cốt của dầm FRP-RC, cơ sở dữ liệu sử dụng trong nghiên cứu này được thu thập từ các tạp chí quốc tế có uy tín. Tổng số 453 kết quả thí nghiệm đã được thu thập từ 54 công trình nghiên cứu khác nhau được tóm tắt trong tài liệu [40], trong đó, 319 kết quả thí nghiệm được thực hiện trên dầm FRP-RC không có cốt đai, và 134 kết quả thí nghiệm được thực hiện trên dầm FRP-RC có cốt đai.

Dựa trên bộ cơ sở dữ liệu được thu thập và ảnh hưởng của các thông số đến sức kháng cốt của dầm FRP-RC, thông số đầu vào của mỗi mẫu được biểu diễn là một vectơ có kích thước  $1 \times 8$ , bao gồm ba nhóm đầu vào. Nhóm thứ nhất bao gồm các đặc điểm của dầm, chẳng hạn như chiều rộng dầm, chiều sâu có hiệu, tỷ số giữa chiều dài nhịp cốt và chiều cao có hiệu, và cường độ nén của bê tông. Nhóm thứ hai bao gồm các thông số của cốt dọc FRP như hàm lượng và mô đun đàn hồi của cốt dọc FRP. Nhóm cuối cùng bao gồm các thông số về cốt đai FRP, cụ thể là hàm lượng, và mô đun đàn hồi của cốt đai FRP. Vectơ đầu ra có kích thước  $1 \times 1$  là giá trị sức kháng cốt của dầm bê tông cốt thanh FRP. Thông tin thống kê của các thông số đầu vào và đầu ra được sử dụng trong nghiên cứu này được trình bày trong Bảng 1, bao gồm giá trị trung bình, tối thiểu và tối đa, độ lệch chuẩn (StD), giá trị trung vị, phần tư vị thứ nhất (25%) và phần tư vị thứ ba (75%). Mối quan hệ giữa số lượng mẫu thí nghiệm với mỗi thông số được thể hiện trong Hình 1.

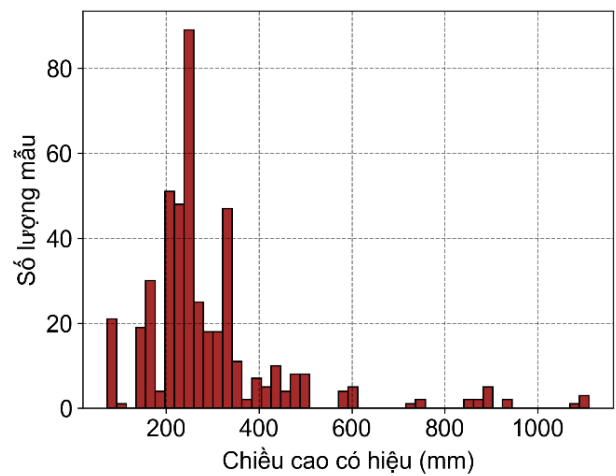
**Bảng 1.** Các thông số đầu vào và đầu ra của bộ dữ liệu

Thông số	Ký hiệu	Đơn vị	Trung bình	StD	Min	25%	50%	75%	Max
Chiều rộng dầm	$X_1$	mm	244.65	142.47	89.00	150.00	200.00	250.00	1000.00
Chiều cao có hiệu	$X_2$	m	291.99	161.32	73.00	215.00	250.00	325.00	1111.00
Tỷ lệ nhíp cốt và chiều cao có hiệu	$X_3$	-	3.19	1.38	1.00	2.50	3.07	3.71	12.5
Cường độ nén của bê tông	$X_4$	MPa	40.46	14.26	19.20	31.30	36.64	44.60	93.00
Tỷ lệ cốt dọc FRP	$X_5$	%	1.34	1.32	0.12	0.69	1.10	1.72	17.1
Mô đun đàn hồi của cốt FRP	$X_6$	GPa	82.98	49.56	29.00	42.00	56.00	134.00	206.00
Tỷ lệ cốt đai FRP	$X_7$	%	0.15	0.32	0.00	0.00	0.00	0.12	1.50
Mô đun đàn hồi của cốt FRP	$X_8$	GPa	21.98	39.65	0.00	0.00	0.00	36.00	144.00
Sức kháng cắt của dầm bê tông cốt thanh FRP	$V_u$	kN	113.37	128.15	9.80	37.70	73.00	149.00	1134.50

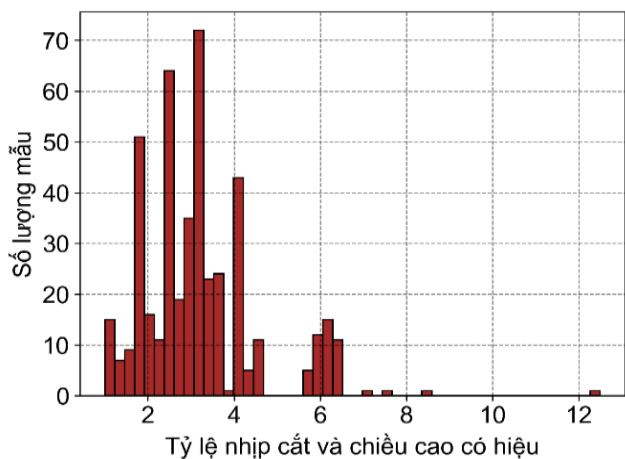
(a)



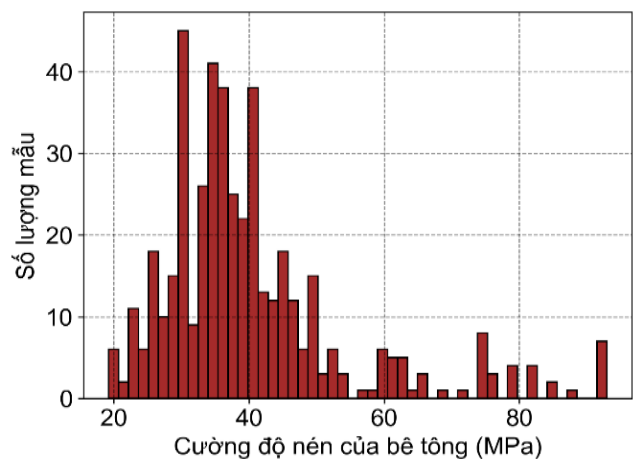
(b)

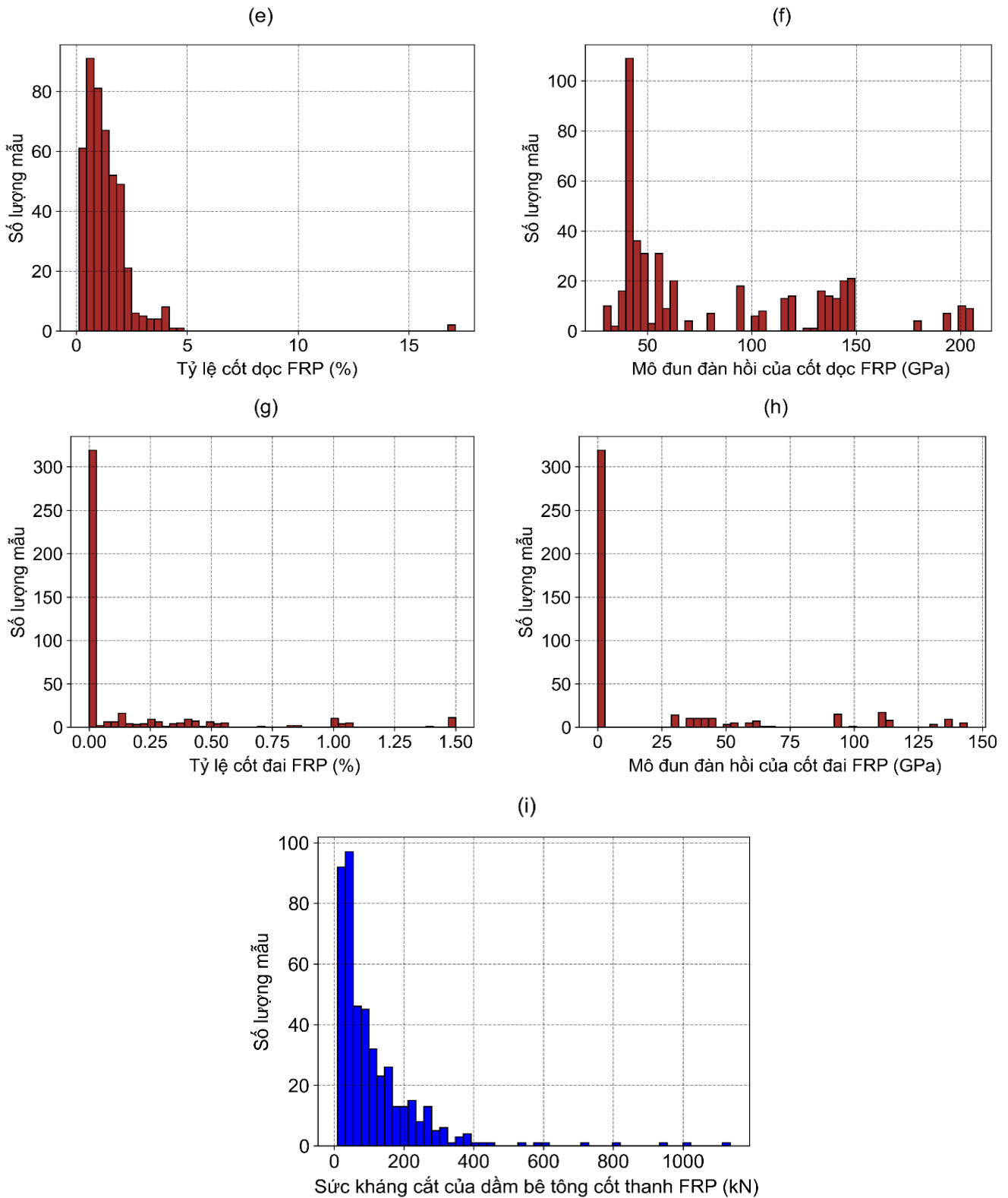


(c)



(d)





**Hình 1.** Biểu đồ tần suất các tham số đầu vào và đầu ra được sử dụng trong nghiên cứu

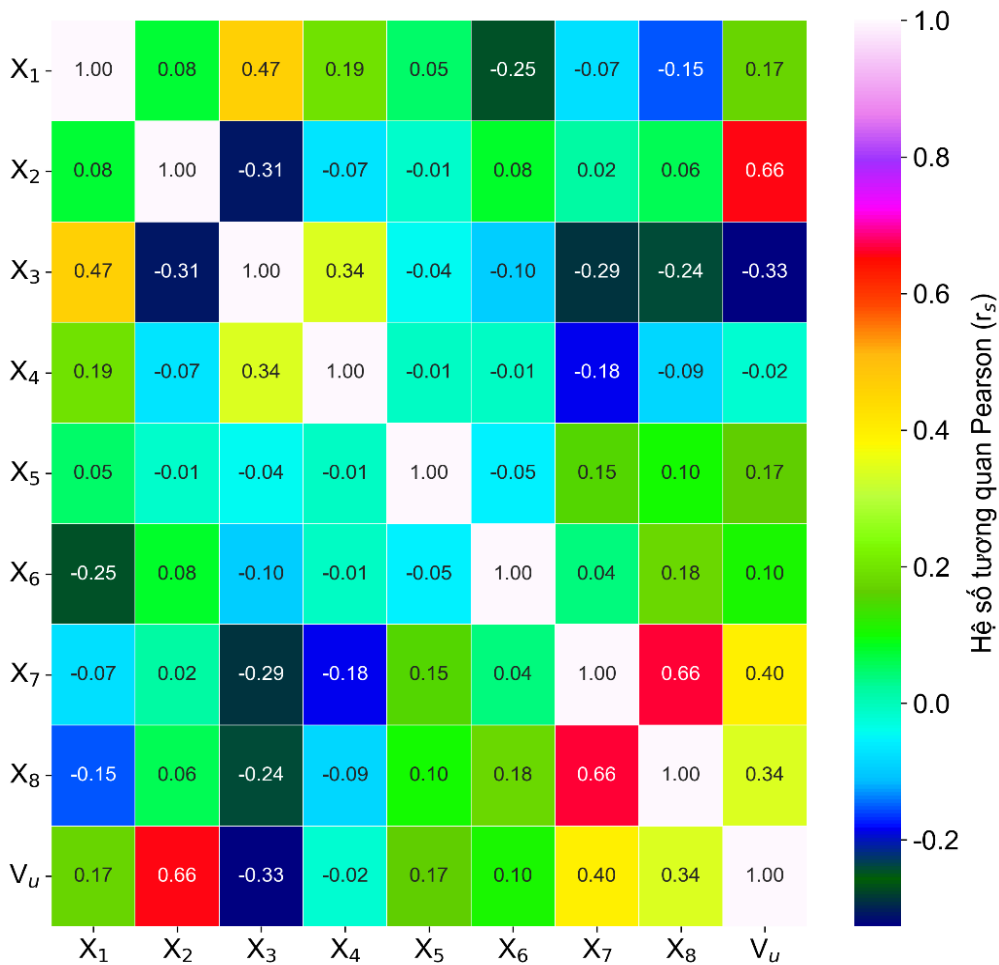
Cường độ nén của bê tông được sử dụng làm tham số đầu vào gián tiếp do có mối tương quan với khả năng chịu cắt và các đặc tính cơ học khác của bê tông. Việc này giúp đơn giản hóa quá trình thu thập dữ liệu và xây dựng mô hình. Hơn

nữa, sử dụng cường độ nén làm tham số đầu vào đảm bảo tính nhất quán với các tiêu chuẩn thiết kế hiện hành, chẳng hạn như ACI 440.1R-15, vốn cũng sử dụng cường độ nén để tính toán sức kháng cắt của dầm FRP-RC. Tỷ lệ nhện cắt trên

chiều cao có hiệu ( $a/d$ ) là đại lượng đặc trưng cho hình học của dầm chịu cắt, trong đó  $a$  là chiều dài nhịp cắt và  $d$  là chiều cao có hiệu của dầm. Tỷ lệ  $a/d$  ảnh hưởng đáng kể đến cơ chế chịu cắt của dầm, khi  $a/d$  nhỏ, khả năng chịu cắt phụ thuộc vào khả năng chịu nén của vùng bê tông, trong khi khi  $a/d$  lớn, khả năng chịu cắt phụ thuộc vào sự làm việc của cốt đai và cốt dọc.

Sau khi cơ sở dữ liệu đã được thiết lập đúng cách, một phân tích tương quan được thực hiện để xác định mối tương quan thống kê tuyến tính giữa các cặp tham số cơ sở dữ liệu. Nghiên cứu này sử dụng phương pháp Pearson để xác định hệ số tương quan  $r_s$ . Hình 2 minh họa ma trận tương quan  $r_s$  giữa các cặp thông số, với các giá trị nằm trong khoảng từ -1 đến 1. Các số dương biểu thị một tương quan tích cực, trong khi các giá trị âm

biểu thị mối tương quan tiêu cực. Ngoài ra, giá trị 0 cho biết các thông số không có sự phụ thuộc, trong khi giá trị 1 hoặc -1 cho biết các thông số phụ thuộc hoàn toàn với nhau. Bên cạnh đó, mức độ đậm nhạt của màu sắc và kích thước của các hình vuông thể hiện giá trị tương quan giữa các thông số. Các cặp thông số có mức độ tương quan cao có thể được loại bỏ để giảm bớt ảnh hưởng của các thông số đầu vào không cần thiết đến mô hình dự báo [41]. Theo đó, các cặp thông số đầu vào có mỗi tương quan lớn hơn 0.75 hoặc nhỏ hơn -0.75 được coi là có mối tương quan cao và cần được xem xét kỹ lưỡng. Tuy nhiên, có thể thấy rằng, trong không gian đầu vào được thu thập, giá trị tuyệt đối lớn nhất của  $r_s$  là 0.66. Do đó, việc tận dụng không gian đầu vào hiện tại để phát triển mô hình ML trong nghiên cứu này là phù hợp.



Hình 2. Ma trận tương quan giữa các thông số trong bộ dữ liệu

## 2.2. Cơ sở lý thuyết

### 2.2.1. Thuật toán CatBoost

CatBoost, viết tắt của Categorical Boosting, là một thuật toán machine learning mạnh mẽ do



Yandex phát triển, dựa trên kỹ thuật boosting cho cây quyết định. Đặc điểm nổi bật của CatBoost là khả năng xử lý hiệu quả các biến phân loại mà không cần mã hóa phức tạp. Điều này giúp đơn giản hóa quá trình tiền xử lý dữ liệu và cải thiện hiệu suất tổng thể của mô hình.

CatBoost hoạt động theo nguyên lý tăng cường độ dốc, trong đó các cây quyết định được xây dựng một cách tuần tự. Mỗi cây mới được xây dựng dựa trên lỗi của các cây trước đó, nhằm tối ưu hóa hàm mất mát và cải thiện độ chính xác của mô hình. Một điểm đặc biệt của CatBoost là kỹ thuật "tăng cường theo thứ tự", giúp xử lý các biến phân loại bằng cách tạo ra các mã số thứ tự dựa trên giá trị mục tiêu. Kỹ thuật này không chỉ giúp giảm thiểu lỗi dự đoán mà còn ngăn chặn hiện tượng quá khớp, một vấn đề phổ biến trong các mô hình machine learning.

CatBoost cũng sử dụng các phương pháp chính quy hoá (regularization) để ngăn chặn overfitting, chẳng hạn như "L2 regularization" và kỹ thuật "leaf-wise". Những phương pháp này giúp duy trì sự cân bằng giữa độ chính xác và khả năng tổng quát hóa của mô hình.

CatBoost dễ dàng tích hợp với các thư viện machine learning phổ biến như scikit-learn, giúp nó trở nên linh hoạt và tiện lợi cho nhiều loại bài toán khác nhau, bao gồm phân loại, hồi quy và nhiều bài toán khác. Tuy nhiên, thời gian huấn luyện của CatBoost có thể dài, đặc biệt là với các tập dữ liệu lớn, và nó yêu cầu nhiều tài nguyên tính toán. Việc điều chỉnh các siêu tham số của CatBoost cũng phức tạp và đòi hỏi kiến thức chuyên sâu về thuật toán để đạt được hiệu quả tối ưu.

### 2.2.2. Kỹ thuật tối ưu hoá

#### Tìm kiếm theo lưới (Grid search - GS)

Grid search (GS) [42] là một kỹ thuật tối ưu hoá được sử dụng trong học máy để tìm kiếm siêu tham số tối ưu cho một mô hình. Siêu tham số là các tham số mà không thể được học từ dữ liệu mà phải được thiết lập bởi người dùng trước khi mô hình được huấn luyện.

Ý tưởng của GS là tạo ra một tập hợp các giá

trị siêu tham số có thể có và sau đó đánh giá mô hình với mỗi cặp giá trị siêu tham số để tìm ra giá trị tối ưu. Các giá trị siêu tham số thường được xác định bởi một lưới các giá trị cho trước, ví dụ như một tập hợp các giá trị được chọn tại các khoảng cố định, và mỗi cặp giá trị siêu tham số sẽ được áp dụng cho mô hình và đánh giá hiệu suất của mô hình với các giá trị đó. Một ưu điểm của GS là nó đảm bảo tìm ra giá trị tối ưu của siêu tham số trong tập hợp các giá trị được xác định trước. Ngoài ra, GS thường dễ dàng để thực hiện và có thể thực hiện trên các phần cứng với tài nguyên giới hạn. Tuy nhiên, GS cũng có nhược điểm là đòi hỏi nhiều thời gian và tài nguyên tính toán khi phạm vi của các siêu tham số rộng hoặc khi số lượng siêu tham số lớn.

#### Tìm kiếm ngẫu nhiên (Random search - RS)

Kỹ thuật tối ưu hoá tìm kiếm ngẫu nhiên (Random search - RS) [43] là một phương pháp được sử dụng trong học máy để tìm kiếm các giá trị siêu tham số tối ưu cho một mô hình. Trong quá trình huấn luyện một mô hình, ta thường cần thiết phải xác định các giá trị siêu tham số tốt nhất cho mô hình đó, nhằm tối ưu hóa hiệu suất của mô hình.

RS là một phương pháp tìm kiếm giá trị siêu tham số tối ưu bằng cách chọn ngẫu nhiên các giá trị trong phạm vi giá trị của các siêu tham số. Điều này giúp cho quá trình tìm kiếm trở nên đơn giản hơn so với phương pháp tìm kiếm thủ công thông thường. Cụ thể, RS hoạt động như sau: Trước tiên, ta xác định phạm vi giá trị của các siêu tham số mà ta muốn tìm kiếm. Sau đó, sử dụng hàm ngẫu nhiên để chọn ngẫu nhiên các giá trị trong phạm vi này, và đánh giá hiệu suất của mô hình với các giá trị siêu tham số này. Quá trình này được lặp lại nhiều lần với các giá trị siêu tham số khác nhau, cho đến khi tìm được giá trị tối ưu của các siêu tham số đó. Tuy nhiên, RS có một số hạn chế. Khi phạm vi giá trị của một siêu tham số là rất rộng hoặc khi số lượng siêu tham số là lớn, quá trình tìm kiếm bằng RS có thể trở nên rất chậm.

### 2.3. Đánh giá khả năng dự báo của các mô hình ML

Trong việc đánh giá khả năng dự báo của một mô hình ML, cần sử dụng các tiêu chí thống kê để đo lường độ chính xác của mô hình. Các tiêu chí thống kê thường được sử dụng bao gồm hệ số xác định ( $R^2$ ), căn của sai số bình phương trung bình (RMSE), sai số tuyệt đối trung bình (MAE).  $R^2$  là một tiêu chí quan trọng trong phân tích hồi quy, có giá trị thay đổi từ  $-\infty$  đến 1. Giá trị  $R^2$  cao cho thấy mối tương quan tốt giữa giá trị dự đoán và giá trị thực tế. RMSE là một phép đo sai số về sự khác biệt bình phương trung bình giữa đầu ra dự đoán và đầu ra thực tế của mô hình ML, trong khi MAE đo sai số trung bình giữa chúng. Kết quả mô hình tốt nhất được hiển thị bằng giá trị lớn nhất của  $R^2$  và giá trị thấp nhất của RMSE, và MAE. Các tiêu chí này được biểu diễn theo các phương trình sau:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (p_k - q_k)^2} \quad (1)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |p_k - q_k| \quad (2)$$

$$R^2 = 1 - \left[ \frac{\sum_{k=1}^N (p_k - q_k)^2}{\sum_{k=1}^N (p_k)^2} \right] \quad (3)$$

Trong đó:  $p$  là giá trị thí nghiệm thực tế,  $q$  là giá trị dự đoán theo các mô hình ML,  $N$  là số lượng mẫu.

## 3. Kết quả và thảo luận

### 3.1. Tối ưu hoá siêu tham số của mô hình CatBoost và phân tích lựa chọn mô hình dự đoán sức kháng cắt của dầm FRP-RC

Tối ưu hoá siêu tham số là một quá trình quan trọng trong việc xây dựng mô hình ML, giúp tìm ra các giá trị siêu tham số tốt nhất để cải thiện hiệu suất dự đoán của mô hình trên một tập dữ liệu. Mô hình ML với các siêu tham số tối ưu có thể có độ chính xác và độ ổn định cao hơn so với các mô hình không được tối ưu. Trong nghiên cứu này, kỹ thuật tìm kiếm theo lưới (Grid Search - GS) và tìm kiếm ngẫu nhiên (Random Search - RS) được sử dụng để điều chỉnh siêu thông số của mô hình CatBoost. Bốn siêu tham số có ảnh hưởng lớn đến

thuật toán CatBoost được chọn để điều chỉnh [44,45], bao gồm: "learning rate", "max depth", "iterations" và "min\_data\_in\_leaf". Miền tìm kiếm của các siêu tham số này được trình bày trong bảng 2. Với các siêu tham số còn lại của mô hình CatBoost, cài đặt mặc định trong Python được áp dụng. Bên cạnh đó, tập dữ liệu xác thực tạo ra từ kỹ thuật xác thực chéo 5 lần được sử dụng trong quá trình điều chỉnh siêu tham số và đánh giá mô hình. Mục tiêu của các bài toán tối ưu hóa là tăng mối tương quan giữa kết quả thực nghiệm và kết quả dự đoán. Do đó, hệ số xác định  $R^2$  được sử dụng như một tiêu chí để đánh giá hiệu suất của các mô hình trong quá trình tối ưu hóa. Theo nguyên lý hoạt động của kỹ thuật tìm kiếm theo lưới, tổng số 2160 bộ siêu tham số được tổ hợp thành 2160 mô hình CatBoost tương ứng, với kỹ thuật tìm kiếm ngẫu nhiên, số lần tìm kiếm được chọn là 1200, khi đó đã đảm bảo quá trình tìm kiếm đã đạt được bộ siêu tham số tốt nhất để mô hình đạt hiệu suất cao nhất như kết quả của kỹ thuật tìm kiếm theo lưới. Kết quả đánh giá hiệu suất của các mô hình được sắp xếp theo thứ tự từ cao xuống thấp, trong nghiên cứu này, hiệu suất của 10 mô hình CatBoost tốt nhất trong số các mô hình được tạo ra trong quá trình tối ưu hóa siêu tham số theo kỹ thuật tìm kiếm theo lưới và tìm kiếm ngẫu nhiên được trình bày. Kết quả đánh giá theo tiêu chí  $R^2$  được sắp xếp từ cao xuống thấp và được thể hiện trong bảng 3. Bảng 3 cũng thể hiện tổng thời gian chạy của hai kỹ thuật tối ưu hóa. Có thể thấy trong kỹ thuật tìm kiếm ngẫu nhiên, với số lần tìm kiếm là 1200 đã tìm được bộ siêu tham số tốt nhất giống với kết quả của tìm kiếm theo lưới, và thời gian chạy theo kỹ thuật này giảm được rất nhiều so với kỹ thuật tìm kiếm theo lưới. Tuy nhiên, việc lựa chọn số lần tìm kiếm cần thực hiện một quá trình thử và còn tùy thuộc vào từng bộ siêu tham số. Với kết quả thu được, mô hình 1 (được ký hiệu là CAT\_01) là mô hình có bộ siêu tham số tốt nhất, sẽ được chọn để trình bày kết quả diễn hình dự đoán sức kháng cắt của dầm FRP-RC trong các phần tiếp theo.



**Bảng 2.** Miền tìm kiếm của các siêu tham số trong mô hình CatBoost

Learning rate (L.R)	Max depth (M.D)	Iterations (I.R)	min_data_in_leaf (M.D.L)
0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5	3-8 (bước 1)	100-1000 (bước 100)	1-6 (bước 1)

**Bảng 3.** Giá trị siêu tham số tối ưu của mô hình CatBoost

Siêu tham số	L.R	M.D	I.R	M.D.L	R <sup>2</sup> <sub>cv</sub>	L.R	M.D	I.R	M.D.L	R <sup>2</sup> <sub>cv</sub>
<b>KT tối ưu hoá</b>	<b>Grid search CV</b>					<b>Random search CV</b>				
Mô hình 1	0.1	3	1000	1	0.90864	0.1	3	1000	1	0.90864
Mô hình 2	0.1	3	900	1	0.90841	0.05	7	900	1	0.90831
Mô hình 3	0.05	7	900	1	0.90831	0.05	7	1000	1	0.90829
Mô hình 4	0.05	7	700	1	0.90830	0.05	6	700	3	0.90820
Mô hình 5	0.05	7	1000	1	0.90829	0.05	6	600	3	0.90819
Mô hình 6	0.05	7	800	1	0.90828	0.05	6	800	3	0.90816
Mô hình 7	0.05	7	600	1	0.90827	0.05	6	900	3	0.90813
Mô hình 8	0.05	7	500	1	0.90826	0.05	6	500	3	0.90811
Mô hình 9	0.05	6	700	3	0.90820	0.05	6	1000	3	0.90810
Mô hình 10	0.05	6	600	3	0.90819	0.1	3	800	1	0.90794
<b>Tổng thời gian chạy (s)</b>	2295.87					1307.34				

**3.2. Kết quả dự đoán sức kháng cắt của dầm FRP-RC theo mô hình CAT\_01**

Với mục đích đảm bảo các mô hình CAT\_01 được xây dựng là đáng tin cậy và có thể khái quát hóa, kỹ thuật mô phỏng Monte Carlo được sử dụng để tạo ra nhiều bộ dữ liệu đào tạo và kiểm tra riêng biệt. Tính tổng quát hóa và độ tin cậy của mô hình được phản ánh bởi các giá trị hội tụ sau một số mô phỏng Monte Carlo nhất định và trong một phạm vi nhất định xung quanh các giá trị hội tụ trung bình. Điều đáng chú ý là số lượng mô phỏng Monte Carlo càng cao, tỷ lệ hội tụ của các mô hình càng dài, thời gian đào tạo càng lâu và mức độ phức tạp của bài toán càng cao.

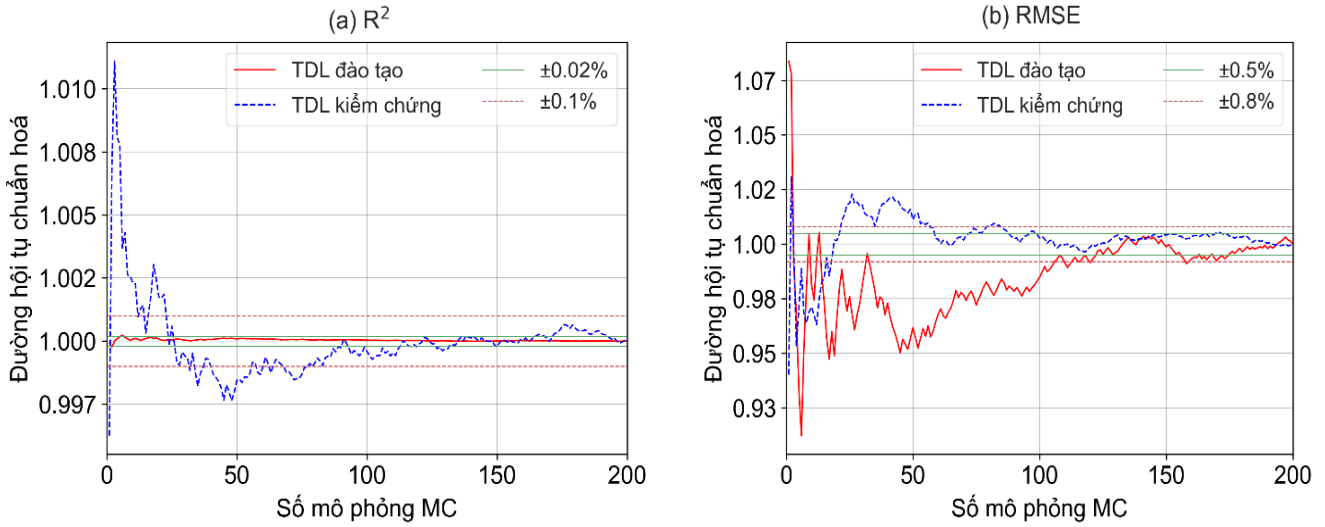
Hai tiêu chí R<sup>2</sup> và RMSE được sử dụng để đánh giá số lượng mô phỏng Monte Carlo và kết quả hội tụ. Hình 3 thể hiện kết quả hội tụ chuẩn hóa của R<sup>2</sup> và RMSE của tập dữ liệu đào tạo và kiểm tra. Trong đó, trục hoành thể hiện số lượng mô phỏng Monte Carlo, trục tung thể hiện giá trị hội tụ chuẩn hóa của tiêu chí đánh giá. Cụ thể, với tiêu chí R<sup>2</sup>, tập dữ liệu kiểm chứng cần ít nhất 83 lần

mô phỏng để đạt được giới hạn ±0.2% xung quanh giá trị trung bình và cần ít nhất 5 lần mô phỏng để đạt được giới hạn ±0.02% xung quanh giá trị trung bình khi xét với tập dữ liệu đào tạo. Đối với tiêu chí RMSE, tập dữ liệu đào tạo hội tụ trong giới hạn ±0.5% sau lần mô phỏng thứ 157, còn với tập dữ liệu kiểm chứng thì cần khoảng 83 mô phỏng để đạt đến giới hạn hội tụ ±0.8%. Điều này cho thấy, 200 mô phỏng Monte Carlo đề xuất là đảm bảo để đánh giá sự hội tụ của mô hình, đồng thời thể hiện rằng các kết quả dự đoán bởi mô hình CAT\_01 là đáng tin cậy và tính tổng quát của mô hình được xác nhận.

Tiếp theo, một kết quả dự đoán điển hình của mô hình CAT\_01 trên 200 mô phỏng được trình bày trong phần này. Đồ thị hồi quy của bộ dữ liệu huấn luyện và kiểm chứng được hiển thị ở Hình 4 với trục hoành thể hiện giá trị thực nghiệm, trục tung thể hiện giá trị dự đoán theo mô phỏng của các đầu ra. Trong mỗi bộ dữ liệu, các đường hồi quy tuyến tính giữa các giá trị thực nghiệm và giá trị dự đoán, cùng với các giá trị của R<sup>2</sup>, RMSE và

MAE được hiển thị. Các giá trị  $R^2$  lần lượt là 0.998, 0.953, giá trị RMSE là 5.647, 21.908, giá trị MAE là

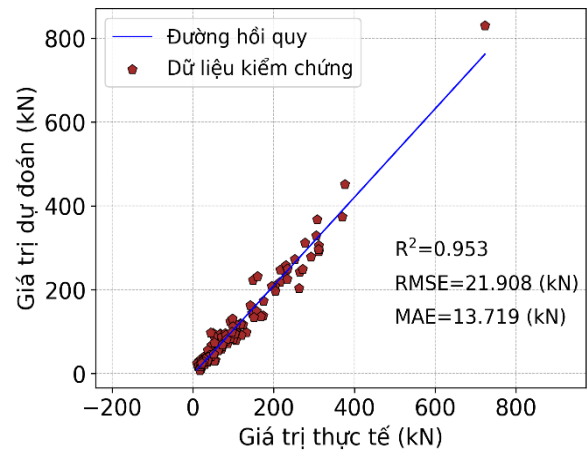
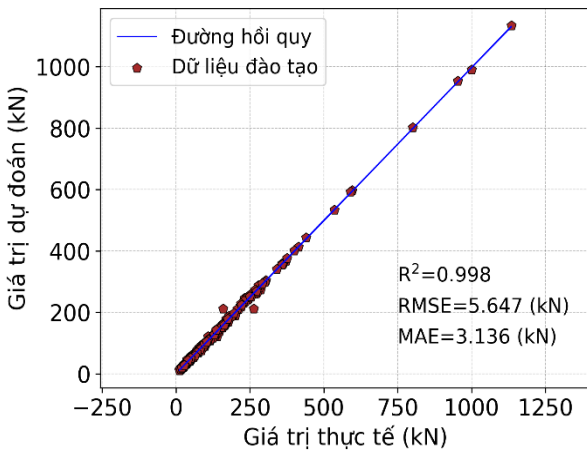
3.136, 13.719 tương ứng với tập dữ liệu đào tạo, và tập dữ liệu kiểm chứng.



**Hình 3.** Đánh giá mức độ hội tụ của mô hình CAT\_01 theo tiêu chí  $R^2$  và RMSE

(a) TDL đào tạo

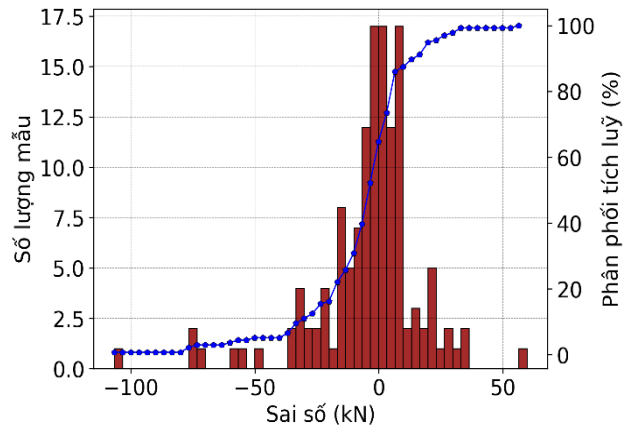
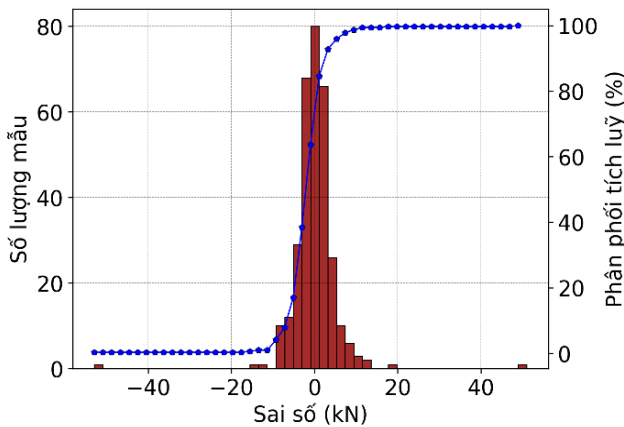
(b) TDL kiểm chứng



**Hình 4.** Phân tích tương quan giữa giá trị thực tế và giá trị dự đoán (a) tập dữ liệu đào tạo và (b) tập dữ liệu kiểm chứng

(a) TDL đào tạo

(b) TDL kiểm chứng



**Hình 5.** Biểu đồ sai số giữa giá trị dự đoán và giá trị thực tế của (a) tập dữ liệu đào tạo và (b) tập dữ liệu kiểm chứng

Bên cạnh đó, sai số của mô hình được vẽ biểu đồ giữa các giá trị dự đoán và thực nghiệm cho các tập dữ liệu đào tạo và kiểm chứng (Hình 5). Trong đó, trục hoành là các giá trị sai số của đầu ra; trục tung bên trái là tần suất xuất hiện (số lượng mẫu) sai số, bên phải là giá trị % phân phối tích lũy. Với tập dữ liệu đào tạo (hình 5a), có thể thấy phần lớn sai số nằm trong phạm vi từ -20 đến 20 kN (chiếm khoảng 99.37%), và chỉ có 0.63% số lượng mẫu nằm ngoài phạm vi này với sai số lớn nhất là xấp xỉ 40 kN. Tập dữ liệu kiểm chứng có phạm vi sai số lớn hơn, với các mẫu có sai số phần lớn trong phạm vi từ -50 đến 50 (chiếm 94.85%), và chỉ có 5.15% số lượng mẫu có sai số nằm ngoài phạm vi này với sai số lớn nhất có trị số khoảng hơn 100 kN. Điều này cho thấy mô hình đề xuất CAT\_01 có hiệu suất cao trong việc dự đoán sức kháng cắt của dầm bê tông FRP-RC. Tuy nhiên, cần lưu ý rằng mô hình này phù hợp để dự đoán sức kháng cắt của dầm FRP-RC có các đặc điểm nằm trong khoảng giá trị của các biến đầu vào đã được sử dụng trong quá trình huấn luyện mô hình. Ngoài ra, các kết quả thực nghiệm được sử dụng để xây dựng mô hình được thu thập từ các nghiên cứu khác nhau, có thể có sự khác biệt về điều kiện thí nghiệm, phương pháp đo lường và các yếu tố khác. Do đó, khi áp dụng mô hình vào thực tế, cần xem xét đến các yếu tố này và đánh giá độ tin cậy của mô hình trong từng trường hợp cụ thể.

### 3.3. Phân tích ảnh hưởng của các thông số đến sức kháng cắt của dầm FRP-RC

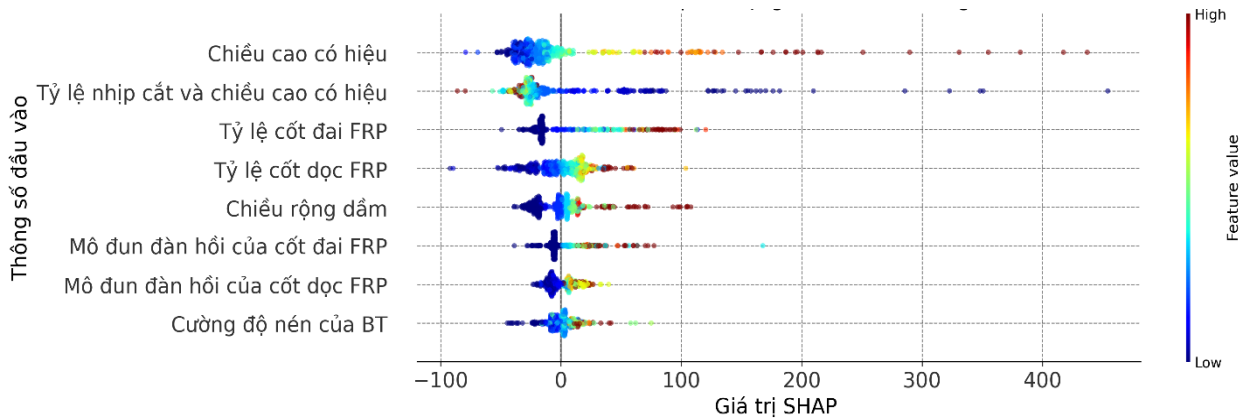
SHAP (SHapley Additive exPlanations) không chỉ đơn thuần là một phương pháp giải thích mô hình máy học, mà còn đóng vai trò như một khung lý thuyết toàn diện, cung cấp các phương pháp tiếp cận đa dạng nhằm làm sáng tỏ cơ chế hoạt động nội tại của mô hình máy học. Điểm ưu việt của SHAP nằm ở khả năng tính toán giá trị đóng góp (SHAP value) của từng biến đầu vào đối với kết quả dự đoán của mô hình. Thông qua việc phân tích giá trị SHAP trung bình trên toàn bộ tập dữ liệu, ta có thể xác định được các biến có tầm ảnh hưởng quan trọng nhất đến mô hình. Hơn nữa, SHAP còn hỗ trợ việc trực quan hóa kết quả phân

tích thông qua các biểu đồ kết quả, giúp dễ dàng so sánh và đánh giá mức độ ảnh hưởng tương đối của các biến.

Hình 6 trình bày kết quả phân tích SHAP nhằm định lượng mức độ ảnh hưởng của các biến đầu vào đến khả năng chịu cắt của dầm bê tông cốt sợi FRP. Dựa trên biểu đồ bee swarm, có thể rút ra nhận định rằng chiều cao có hiệu, tỷ lệ nhíp cốt trên chiều cao có hiệu, tỷ lệ cốt đai FRP và tỷ lệ cốt dọc FRP là những yếu tố then chốt quyết định sức kháng cắt của dầm. Trong đó, chiều cao có hiệu thể hiện vai trò chủ đạo, được minh chứng bằng việc các điểm dữ liệu có giá trị lớn tập trung chủ yếu ở vùng giá trị SHAP dương, biểu thị sự gia tăng chiều cao hiệu dụng tương ứng với sự tăng cường khả năng chịu cắt của dầm.

Mặc dù không phải là yếu tố có tầm ảnh hưởng lớn nhất, chiều rộng dầm vẫn được xếp thứ 5 về mức độ tác động. Điều này cho thấy việc tăng chiều rộng dầm cũng có thể góp phần cải thiện sức chịu cắt, tuy nhiên mức độ ảnh hưởng không đáng kể so với các yếu tố liên quan đến chiều cao có hiệu và cốt thép FRP. Ngược lại, các tham số về đặc tính vật liệu như mô đun đàn hồi của cốt đai, cốt dọc và cường độ nén của bê tông lại thể hiện vai trò ít quan trọng nhất. Có thể giải thích rằng trong phạm vi nghiên cứu, sự biến thiên của các tham số này không đủ lớn để tạo ra sự khác biệt đáng kể về sức kháng cắt của dầm.

Nhìn chung, phân tích SHAP đã khẳng định rằng các yếu tố hình học và tỷ lệ cốt thép FRP có tác động lớn nhất đến sức kháng cắt của dầm bê tông cốt sợi FRP. Kết quả này không chỉ cung cấp sự hiểu biết về cơ chế chịu lực của dầm, mà còn đóng góp quan trọng vào việc thiết kế và tối ưu hóa kết cấu dầm bê tông FRP trong tương lai. Bằng cách tập trung vào việc điều chỉnh các thông số hình học và tỷ lệ cốt thép FRP, các kỹ sư có thể đạt được mục tiêu nâng cao sức chịu cắt của dầm một cách hiệu quả và kinh tế. Lưu ý rằng kết quả phân tích SHAP này chỉ mang tính tương đối trong phạm vi bộ dữ liệu được sử dụng và có thể thay đổi khi mở rộng phạm vi dữ liệu hoặc xem xét các yếu tố khác.



**Hình 6.** Biểu đồ giá trị SHAP và tầm quan trọng của các tham số đầu vào

**4. Kết luận và kiến nghị**

Nghiên cứu này đã ứng dụng thành công mô hình học máy CatBoost, được tối ưu hóa bằng kỹ thuật tìm kiếm theo lưới và tìm kiếm ngẫu nhiên, để dự đoán sức kháng cắt của dầm bê tông cốt sợi FRP (FRP-RC). Mô hình đã đạt được độ chính xác cao khi kiểm tra trên cả tập dữ liệu huấn luyện và kiểm định, với các chỉ số  $R^2$ , RMSE và MAE lần lượt là 0.998, 5.647, 3.136 cho tập huấn luyện và 0.953, 21.908, 13.719 cho tập kiểm định. Phân tích SHAP đã chỉ ra rằng chiều cao hiệu dụng, tỷ lệ nhịp cắt trên chiều cao hiệu dụng, tỷ lệ cốt đai FRP và tỷ lệ cốt dọc FRP là những yếu tố quan trọng nhất ảnh hưởng đến sức kháng cắt của dầm FRP-RC. Những hiểu biết này không chỉ giúp làm sáng tỏ cơ chế chịu lực của dầm FRP-RC mà còn cung cấp thông tin hữu ích cho việc thiết kế và tối ưu hóa các kết cấu dầm bê tông FRP.

Mặc dù mô hình đã đạt được độ chính xác cao, những nghiên cứu sâu hơn trong tương lai là cần thiết. Cụ thể, việc mở rộng tập dữ liệu huấn luyện với các kết quả thí nghiệm đa dạng hơn về loại sợi FRP, hình dạng tiết diện dầm, điều kiện tải trọng và môi trường sẽ giúp cải thiện hơn nữa khả năng tổng quát hóa của mô hình. Đồng thời, việc so sánh kết quả dự đoán của mô hình CatBoost với các phương pháp tính toán truyền thống, tiêu chuẩn thiết kế hiện hành cũng như các mô hình học máy khác như XGBoost, LightGBM hoặc các mô hình mạng nơ-ron sẽ cung cấp cái nhìn toàn diện hơn về hiệu quả của các phương pháp khác nhau. Hơn nữa, việc nghiên cứu các bài toán khác liên quan đến dầm FRP-RC, chẳng hạn như dự đoán độ võng, độ bền uốn hoặc độ bền mỏi, cũng

là một hướng đi tiềm năng, tuy nhiên cần phải có đủ dữ liệu thực nghiệm và số liệu mô phỏng để đảm bảo tính chính xác và độ tin cậy của các mô hình.

Nghiên cứu này đã khẳng định tiềm năng to lớn của học máy trong việc giải quyết các bài toán phức tạp trong lĩnh vực kỹ thuật kết cấu, đặc biệt là trong việc dự đoán sức chịu cắt của dầm bê tông FRP-RC. Mô hình được phát triển không chỉ là một công cụ tính toán hữu ích mà còn là một bước tiến quan trọng trong việc ứng dụng trí tuệ nhân tạo vào lĩnh vực xây dựng, góp phần nâng cao hiệu quả và tính bền vững của các công trình.

**Tài liệu tham khảo**

- [1]. L. Yu, R. François, V.H. Dang, V. L’Hostis, R. Gagné. (2015). Distribution of corrosion and pitting factor of steel in corroded RC beams. *Construction and Building Materials*, 95, 384-392.
- [2]. C. Kassem, A.S. Farghaly, B. Benmokrane. (2011). Evaluation of flexural behavior and serviceability performance of concrete beams reinforced with FRP bars. *Journal of Composites for Construction*, 15, 682-695.
- [3]. A.K. El-Sayed, K. Soudki. (2011). Evaluation of shear design equations of concrete beams with FRP reinforcement. *Journal of Composites for Construction*, 15, 9-20.
- [4]. I.F. Kara, A.F. Ashour. (2012). Flexural performance of FRP reinforced concrete beams. *Composite Structures*, 94, 1616-1625.
- [5]. A. Mari, A. Cladera, E. Oller, J. Bairan. (2014). Shear design of FRP reinforced concrete

- beams without transverse reinforcement. *Composites Part B: Engineering*, 57, 228-241.
- [6]. G. Li, J. Zhao, Z. Wang. (2018). Fatigue behavior of glass fiber-reinforced polymer bars after elevated temperatures exposure. *Materials*, 11, 1028.
- [7]. J.G. Teng, L. Lam, J.F. Chen. (2004). Shear strengthening of RC beams with FRP composites. *Progress in Structural Engineering and Materials*, 6, 173-184.
- [8]. L. Taerwe. (1997). Non-metallic reinforcement for concrete structures. *Proceedings International Conference 'New Technologies in Structural Engineering', Lissabon, 2-5 Juli, 1997*, pp. 15-24.
- [9]. B. Benmokrane, R. Masmoudi. (1996). Flexural response of concrete beams reinforced with FRP reinforcing bars. *Structural Journal*, 93, 46-55.
- [10]. R.J. Gravina, S.T. Smith. (2008). Flexural behaviour of indeterminate concrete beams reinforced with FRP bars. *Engineering Structures*, 30, 2370-2380.
- [11]. E.F. El-Salakawy, B. Benmokrane. (2004). Serviceability of concrete bridge deck slabs reinforced with FRP composite bars. *ACI Structural Journal*, 101, 727-736.
- [12]. E. Shehata, R. Morphy, S. Rizkalla. (2000). Fibre reinforced polymer shear reinforcement for concrete members: behaviour and design guidelines. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 27, 859-872.
- [13]. M.A. Chowdhury, M.M. Islam. (2015). Shear strength prediction of FRP-reinforced concrete beams: A state-of the-art review of available models. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 5, 1-10.
- [14]. R. Machial, M.S. Alam, A. Rteil. (2012). Revisiting the shear design equations for concrete beams reinforced with FRP rebar and stirrup. *Materials and Structures*, 45, 1593-1612.
- [15]. A.C.I. Committee 440. (2006). Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars: ACI 440.1 R-06. *American Concrete Institute*.
- [16]. CNR. (2007). Guide for the Design and Construction of Concrete Structures Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars. CNR-DT 203/2006.
- [17]. E.A. Ahmed, E.F. El-Salakawy, B. Benmokrane. (2010). Shear performance of RC bridge girders reinforced with carbon FRP stirrups. *Journal of Bridge Engineering*, 15, 44-54.
- [18]. C.S. Association. (2012). CAN/CSA S806-12 Design and construction of building components with fibre reinforced polymers, Toronto, Canada.
- [19]. A. Machida, T. Uomoto. (1997). Recommendation for design and construction of concrete structures using continuous fiber reinforcing materials. *Japan Society of Civil Engineers*.
- [20]. J. Valivonis, M. Budvytis, M. Atutis, E. Atutis, L. Juknevičius. (2015). Study on shear resistance of fiberreinforced polymer–reinforced concrete beams. *Advances in Mechanical Engineering*, 7(7).
- [21]. E.F. Shehata. (1999). Fibre-reinforced polymer (FRP) for shear reinforcement in concrete structures. *University of Manitoba, Man*.
- [22]. J.R. Yost, S.P. Gross, D.W. Dinehart. (2001). Shear strength of normal strength concrete beams reinforced with deformed GFRP bars. *Journal of Composites for Construction*, 5, 268-275.
- [23]. A.G. Razaqpur, B.O. Isgor, S. Greenaway, A. Selley. (2004). Concrete contribution to the shear resistance of fiber reinforced polymer reinforced concrete members. *Journal of Composites for Construction*, 8, 452-460.
- [24]. E.C. Bentz, L. Massam, M.P. Collins. (2010). Shear strength of large concrete members with FRP reinforcement. *Journal of Composites for*

- Construction*, 14, 637-646.
- [25]. N.L. Cramer. (1985). A representation for the adaptive generation of simple sequential programs. *Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms and the Applications*, pp. 183-187.
- [26]. A.K. El-Sayed, E.F. El-Salakawy, B. Benmokrane. (2006). Shear capacity of high-strength concrete beams reinforced with FRP bars. *ACI Materials Journal*, 103, 383.
- [27]. A.K. El-Sayed, E.F. El-Salakawy, B. Benmokrane. (2006). Shear strength of FRP-reinforced concrete beams without transverse reinforcement. *ACI Materials Journal*, 103, 235.
- [28]. R. Fico, A. Prota, G. Manfredi. (2008). Assessment of Eurocode-like design equations for the shear capacity of FRP RC members. *Composites Part B: Engineering*, 39, 792-806.
- [29]. D.-J. Kim, J. Lee, Y.H. Lee. (2014). Effectiveness factor of strut-and-tie model for concrete deep beams reinforced with FRP rebars. *Composites Part B: Engineering*, 56, 117-125.
- [30]. A.G. Razaqpur, O.B. Isgor. (2006). Proposed shear design method for FRP-reinforced concrete members without stirrups. *ACI Structural Journal*, 103, 93.
- [31]. T.-A. Nguyen, H.B. Ly. (2021). Estimation of the bond strength between FRP and concrete using ANFIS and hybridized ANFIS machine learning models. *Journal of Science and Transport Technology*, 1(1), 36-47.
- [32]. I. Prakash, R. Kumar, T.-A. Nguyen, P.T. Vu. (2022). Development of effective XGB model to predict the Axial Load Capacity of circular CFST columns. *Journal of Science and Transport Technology*, 2(4), 26-42.
- [33]. P.G. Asteris, T.-A. Nguyen. (2022). Prediction of shear strength of corrosion reinforced concrete beams using Artificial Neural Network. *Journal of Science and Transport Technology*, 2(2), 1-12.
- [34]. D.V. Dao, H.-B. Ly, S.H. Trinh, T.-T. Le, B.T. Pham. (2019). Artificial intelligence approaches for prediction of compressive strength of geopolymer concrete. *Materials*, 12, 983.
- [35]. T.-A. Nguyen, H.-B. Ly, H.-V.T. Mai, V.Q. Tran. (2020). Prediction of Later-Age Concrete Compressive Strength Using Feedforward Neural Network. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2020(89).
- [36]. T.-A. Nguyen, H.-B. Ly, B.T. Pham. (2020). Backpropagation Neural Network-Based Machine Learning Model for Prediction of Soil Friction Angle. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020(5), 1-11.
- [37]. H.-B. Ly, T.-A. Nguyen, B.T. Pham. (2021). Estimation of Soil Cohesion Using Machine Learning Method: A Random Forest Approach. *Advances in Civil Engineering*, 2021, 1-14.
- [38]. D.V. Dao, A. Jaafari, M. Bayat, D. Mafi-Gholami, C. Qi, H. Moayedi, T.V. Phong, H.-B. Ly, T.-T. Le, P.T. Trinh. (2020). A spatially explicit deep learning neural network model for the prediction of landslide susceptibility. *Catena*, 188, 104451.
- [39]. V.-T. Nguyen, T.H. Tran, N.A. Ha, V.L. Ngo, A.-A. Nadhir, V.P. Tran, H.D. Nguyen, M. MA, A. Amini, I. Prakash. (2019). GIS based novel hybrid computational intelligence models for mapping landslide susceptibility: a case study at Da Lat city, Vietnam. *Sustainability*, 11, 7118.
- [40]. H.-A. Le, D.-A. Le, T.-T. Le, H.-P. Le, T.-H. Le, H.-G.T. Hoang, T.-A. Nguyen. (2022). An Extreme Gradient Boosting approach to estimate the shear strength of FRP reinforced concrete beams. *Structures, Elsevier*, 45, 1307-1321.
- [41]. J.R. Schott. (2016). Matrix analysis for statistics. *John Wiley & Sons*.
- [42]. P. Liashchynskiy, P. Liashchynskiy. (2019). Grid Search. Random Search, Genetic Algorithm: A Big Comparison for NAS. *Machine Learning*, 1-11.
- [43]. Z.B. Zabinsky. (2009). Random search algorithms, Department of Industrial and



Systems Engineering. *University of Washington, USA.*

[44]. J. Elith, J.R. Leathwick, T. Hastie. (2008). A working guide to boosted regression trees. *Journal of Animal Ecology*, 77, 802-813.

[45]. H.-A. Le, D.-A. Le, T.-T. Le, H.-P. Le, T.-H. Le,

H.-G.T. Hoang, T.-A. Nguyen. (2022). An Extreme Gradient Boosting approach to estimate the shear strength of FRP reinforced concrete beams. *Structures, Elsevier*, 45, 1307-1321.