

**Article info**

**Type of article:**

Original research paper

**DOI:**

<https://doi.org/10.58845/jstt.utt.2023.vn.3.4.16-26>

**\*Corresponding author:**

E-mail address:

[19151110@student.hcmute.edu.vn](mailto:19151110@student.hcmute.edu.vn)

**Received:** 17/9/2023

**Accepted:** 17/10/2023

**Published:** 14/11/2023

## Development and stabilization control of rotary inverted pendulum with three-phase motor

Minh-Dat Luong<sup>1,\*</sup>, Nhu-Suong Nguyen<sup>1</sup>, Duc-Minh Doan<sup>1</sup>, Quoc-Tin Truong<sup>1</sup>, Thanh-Trung Ly<sup>1</sup>, Huu-Thien-Thong Nguyen<sup>1</sup>, Ngoc-Thang Ngo<sup>1</sup>, Minh-Thai Doan<sup>1</sup>, Hai-Trieu Trinh<sup>1</sup>, Quoc-Dat Phan<sup>1</sup>,  
<sup>1</sup>Ho Chi Minh City University of Technology and Education (HCMUTE), 01 Vo Van Ngan St., Linh Chieu ward, Thu Duc city, HCMC, Vietnam

**Abstract:** The Rotary Inverted Pendulum System (RIPS) is a familiar underactuated robot arm system, has a simple mechanical structure, and is applied to test and evaluate solutions. control engineering in the field of control engineering. Most previous studies have designed and stably controlled the RIPS system with DC servo motors. However, in this study, the author builds a RIPS system with a three-phase motor (TPM) and stabilizes the system with a controller combining LQR and a sliding mode observer. - SMO). This research was conducted using Matlab/Simulink software. Simulation results are presented in detail in this paper to demonstrate controllability when using three-phase motors for the RIPS system.

**Keywords:** Rotary inverted pendulum, sliding mode observer, three-phase motor, LQR, balance control.

## Phát triển và điều khiển ổn định hệ thống con lắc ngược quay với động cơ ba pha

### Thông tin bài viết

### Dạng bài viết:

Bài báo nghiên cứu

### DOI:

<https://doi.org/10.58845/jstt.utt.2023.vn.3.4.16-26>

### Tác giả liên hệ:

Địa chỉ E-mail:

[19151110@student.hcmute.edu.vn](mailto:19151110@student.hcmute.edu.vn)

Ngày nộp bài: 17/9/2023

Ngày chấp nhận: 17/10/2023

Ngày đăng bài: 14/11/2023

Lương Minh Đạt<sup>1,\*</sup>, Nguyễn Như Sương<sup>1</sup>, Doãn Đức Minh<sup>1</sup>, Trương Quốc Tín<sup>1</sup>, Lý Thành Trung<sup>1</sup>, Nguyễn Hữu Thiên Thông<sup>1</sup>, Ngô Ngọc Thắng<sup>1</sup>, Đoàn Minh Thái<sup>1</sup>, Trịnh Hải Triều<sup>1</sup>, Phan Quốc Đạt<sup>1</sup>,  
<sup>1</sup>Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP.HCM (HCMUTE), 01 Võ Văn Ngân, phường Linh Chiểu, thành phố Thủ Đức, TP.HCM, Việt Nam

**Tóm tắt:** Hệ thống con lắc ngược quay (Rotary Inverted Pendulum System - RIPS) là một hệ cánh tay robot thiếu dẫn động (underactuated system) quen thuộc, có cấu trúc cơ khí đơn giản, và được ứng dụng để kiểm nghiệm, đánh giá các giải thuật điều khiển trong lĩnh vực kỹ thuật điều khiển. Hầu hết các nghiên cứu trước đây đều thiết kế và điều khiển ổn định hệ RIPS với động cơ DC servo. Tuy nhiên, trong nghiên cứu này, tác giả xây dựng hệ thống RIPS với động cơ ba pha và điều khiển ổn định hệ thống bằng bộ điều khiển (BĐK) kết hợp giữa LQR, BĐK trượt (Sliding Mode Control - SMC) và bộ quan sát trượt (Sliding Mode Observer - SMO). Nghiên cứu này được thực hiện bằng phần mềm Matlab/Simulink. Kết quả mô phỏng được trình bày chi tiết trong bài báo này để minh chứng khả năng điều khiển được khi sử dụng động cơ ba pha cho hệ thống RIPS.

**Từ khóa:** Con lắc ngược quay, bộ quan sát trượt, động cơ ba pha, LQR, điều khiển cân bằng.

### 1. Giới thiệu

Hệ thống RIPS được ra đời vào năm 1992, góp phần to lớn vào quá trình nghiên cứu, kiểm nghiệm và đánh giá các BĐK trong lĩnh vực điều khiển tự động. Mô hình này cũng góp phần vào phần vào việc tạo động lực nghiên cứu, tạo cơ hội cho các sinh viên ngành điều khiển tự động hiểu về quá trình điều khiển, cách thức hoạt động và cách thao tác với vi điều khiển trong phòng thí nghiệm. Một số nghiên cứu ứng dụng hệ thống RIPS để đánh giá chất lượng bộ điều khiển có thể kể đến như điều khiển thông minh cho hệ RIPS [1], [2], [3], [4]; điều khiển lai để cải thiện chất lượng BĐK [5], [6], [7]. Tuy nhiên, hầu hết các nghiên cứu được tham khảo trước đó đều nghiên cứu và đánh giá BĐK đối với hệ thống RIPS được xây dựng bằng động cơ DC. Rất ít các nghiên cứu thay thế

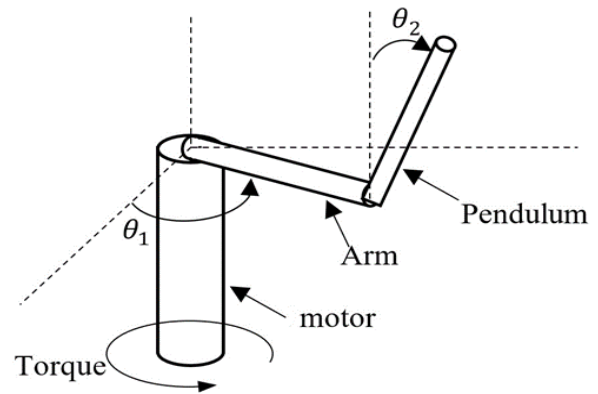
động cơ DC bằng động cơ ba pha để điều khiển các hệ thống cánh tay robot thiếu dẫn động. Một số nghiên cứu có sử dụng động cơ ba pha cho hệ thống robot thiếu dẫn động có thể kể đến như [8]. Trong công nghiệp, hầu hết các cánh tay robot được thiết kế truyền động bằng các động cơ ba pha. Lợi ích của động cơ ba pha bao gồm hiệu suất cao, có tuổi thọ cao, yêu cầu về bảo trì ít hơn so với các loại động cơ khác và khả năng tiết kiệm năng lượng tốt. Chính vì vậy, việc triển khai nghiên cứu ứng dụng động cơ ba pha cho hệ thống cánh tay robot thiếu dẫn động như RIPS là cần thiết. Ngoài ra, nghiên cứu còn hướng tới các đối tượng sinh viên ngành điều khiển nhằm giúp các sinh viên có cái nhìn toàn diện trong việc nghiên cứu ứng dụng thiết bị công nghiệp và phát triển giải thuật điều khiển trong việc phát triển các hệ thống cánh

tay robot.

Trong nghiên cứu này, ý tưởng chính là phát triển hệ thống RIPS sử dụng động cơ ba pha. Mục tiêu chính của nghiên cứu này là điều khiển cân bằng hệ con lắc ngược tại vị trí thẳng đứng hướng lên. Các BDK được dùng trong nghiên cứu này bao gồm BDK trượt, bộ quan sát trượt và bộ điều khiển LQR. BDK trượt và bộ quan sát trượt được xây dựng để điều khiển động cơ ba pha. Ngoài ra, bộ quan sát trượt được dùng để quan sát các giá trị từ thông và dòng điện pha a và pha b của động cơ ba pha. BDK LQR có nhiệm vụ chính là giữ cân bằng thanh con lắc của hệ tại vị trí thẳng đứng hướng lên. Hai BDK và bộ quan sát được nhóm tác giả đề xuất sẽ kết hợp với nhau trở thành bộ điều khiển kết hợp trong quá trình điều khiển hệ thống RIPS với động cơ ba pha.

Bài báo này có cấu trúc như sau: phần 1 giới thiệu khái quát về hệ RIPS, lược sử tài liệu và giới thiệu mục tiêu nghiên cứu, trong phần 2 của bài viết, hệ phương trình động lực học của hệ thống RIPS và động cơ ba pha được trình bày để làm tiền đề cho việc xây dựng BDK. Phần 3 của bài báo trình bày chi tiết về phương pháp trượt, bộ quan sát trượt và LQR để điều khiển đối tượng RIPS. Trong phần 4, kết quả nghiên cứu được trình bày. Cuối cùng, các kết luận cũng như nghiên cứu tương lai được trình bày và đề xuất trong phần 5 của bài viết.

## 2. Mô hình toán học của hệ thống



Hình 1. Mô hình phân tích hệ thống RIPS

Phương trình động lực học của hệ thống RIPS được mô tả trong phương trình (1) và (2) như sau [9]:

$$(m_2 l_2^2 \sin(\theta_2)^2 + m_2 l_1^2 + m_1 l_1^2 + I_1 + J) \ddot{\theta}_1 - m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_2) \ddot{\theta}_2 + m_2 l_2^2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + m_2 l_1 l_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 = \tau_1 - b_1 \dot{\theta}_1 \quad (1)$$

$$-m_2 l_1 l_2 \cos(\theta_2) \ddot{\theta}_1 + (m_2 l_2^2 + I_2) \ddot{\theta}_2 - m_2 l_2^2 \sin(\theta_2) \cos(\theta_2) \dot{\theta}_1^2 - m_2 g l_2 \sin(\theta_2) = -b_2 \dot{\theta}_2 \quad (2)$$

Biến đổi phương trình (1) và (2) thành hệ như sau:

$$\ddot{\theta}_1 = f_{11} + g_{11} \tau_1 \quad (3)$$

$$\ddot{\theta}_2 = f_{22} + g_{22} \tau_1 \quad (4)$$

Trong đó  $f_{11}$ ,  $g_{11}$ ,  $f_{22}$ ,  $g_{22}$  được trình bày sau đây [9]:

$$f_{11} = \frac{-\left(\frac{\sin(2\theta_2) l_2^4 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2}{2} - l_1 (\sin(\theta_2) - \sin(\theta_2)^3) l_2^3 m_2^2 \dot{\theta}_1^2 - l_1 \sin(\theta_2) l_2^3 m_2^2 \dot{\theta}_2^2 - \frac{1}{2} g \sin(2\theta_2) l_2^2 m_2^2 + \frac{1}{2} l_2 \sin(2\theta_2) l_2^2 m_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + b_1 l_2^2 m_2 \dot{\theta}_1 + l_2 l_1 l_2 m_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 + b_2 l_1 l_2 m_2 \cos(\theta_2) \dot{\theta}_2 + l_2 b_1 \dot{\theta}_1}{l_1 l_2 + l_2^4 m_2^2 - l_2^4 m_2^2 \cos(\theta_2)^2 + l_1^2 l_2^2 m_2^2 + l_2 l_1^2 m_1 + l_1 l_1^2 m_1 + l_2 l_1^2 m_2 + l_2 l_2^2 m_2 - l_2 l_2^2 m_2 \cos(\theta_2)^2 + l_1^2 l_2^2 m_1 m_2 - l_1^2 l_2^2 m_2^2 \cos(\theta_2)^2} \quad (5)$$

$$g_{11} = \frac{m_2 l_2^2 + I_2}{l_1 l_2 + l_2^4 m_2^2 - l_2^4 m_2^2 \cos(\theta_2)^2 + l_1^2 l_2^2 m_2^2 + l_2 l_1^2 m_1 + l_1 l_1^2 m_1 + l_2 l_1^2 m_2 + l_2 l_2^2 m_2 - l_2 l_2^2 m_2 \cos(\theta_2)^2 + l_1^2 l_2^2 m_1 m_2 - l_1^2 l_2^2 m_2^2 \cos(\theta_2)^2} \quad (6)$$

$$f_{22} = \frac{(b_2 \dot{\theta}_2 - g l_2 m_2 \sin(\theta_2) - l_2^2 m_2 \dot{\theta}_1^2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) + \frac{l_1 l_2 m_2 \cos(\theta_2) (m_2 \cos(\theta_2) \sin(\theta_2) l_2^2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + l_1 l_2 m_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 + b_1 \dot{\theta}_1)}{l_1 + l_1^2 m_1 + m_2 l_1^2 + m_2 l_2^2 \sin(\theta_2)^2})}{l_2 + l_1^2 m_2 - \frac{l_1^2 l_2^2 m_2 \cos(\theta_2)^2}{l_1 + l_1^2 m_1 + m_2 l_1^2 + m_2 l_2^2 \sin(\theta_2)^2}} \quad (7)$$

$$g_{22} = \frac{l_1 l_2 m_2 \cos(\theta_2)}{l_1 l_2 + l_2^4 m_2^2 - l_2^4 m_2^2 \cos(\theta_2)^2 + l_1^2 l_2^2 m_2^2 + l_2 l_1^2 m_1 + l_1 l_1^2 m_1 + l_2 l_1^2 m_2 + l_2 l_2^2 m_2 - l_2 l_2^2 m_2 \cos(\theta_2)^2 + l_1^2 l_2^2 m_1 m_2 - l_1^2 l_2^2 m_2^2 \cos(\theta_2)^2} \quad (8)$$

Các kí hiệu của hệ thống và ý nghĩa của chúng được trình bày lần lượt trong Bảng 1. Giá trị của các tham số trong Bảng 1 được lựa chọn theo kinh nghiệm của tác giả.

**Bảng 1.** Tham số hệ RIPS

Tham số	Mô tả	Giá trị
$m_2$	Khối lượng con lắc (kg)	0.5
$l_2$	Chiều dài con lắc (m)	0.3
$l_2$	Quán tính con lắc (kgm)	0.06
$l_1$	Chiều dài cánh tay (m)	0.4
$l_1$	Quán tính cánh tay (kgm)	0.1066
$g$	Gia tốc trọng trường ( $m/s^2$ )	9.81
$b_1$	Ma sát cánh tay (N m s/rad)	0.01
$b_2$	Ma sát thanh con lắc (N m s/rad)	0.001
$J$	Quán tính động cơ (kgm)	2.52e-5
$\tau_1$	Mô-men xoắn (Nm)	NA

Mô hình toán học động cơ ba pha được mô tả như sau [10], [11], [12]:

$$\begin{cases} \dot{i}_a = -\gamma i_a + \frac{K}{T_r} \varphi_a + pK\dot{\theta}\varphi_b + \alpha u_a \\ \dot{i}_b = -\gamma i_b + \frac{K}{T_r} \varphi_b - pK\dot{\theta}\varphi_a + \alpha u_b \\ \dot{\varphi}_a = \frac{M}{T_r} i_a - \frac{1}{T_r} \varphi_a - p\dot{\theta}\varphi_b \\ \dot{\varphi}_b = \frac{M}{T_r} i_b - \frac{1}{T_r} \varphi_b + p\dot{\theta}\varphi_a \end{cases} \quad (9)$$

Trong đó  $i_a, i_b, \varphi_a, \varphi_b$  tương ứng dòng điện pha a và pha b trong hệ tọa độ  $\alpha\beta$ , và từ thông ab trong hệ tọa độ  $\alpha\beta$ . Ngoài ra, ta còn có một số

thông số trong phương trình (9) được rút gọn và giải thích trong phương trình (11):

$$\begin{aligned} \sigma &= 1 - \frac{M^2}{L_r L_s}, K = \frac{M}{\sigma L_r L_s}, \\ \gamma &= \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r M^2}{\sigma L_r L_s}, \alpha = \frac{1}{\sigma L_s}, \\ \mu &= \frac{pM}{JL_r}, T_r = \frac{L_r}{R_r} \end{aligned} \quad (10)$$

Các kí hiệu của động cơ ba pha và ý nghĩa của chúng được trình bày lần lượt trong Bảng 2. Giá trị của các tham số trong Bảng 2 được lựa chọn theo kinh nghiệm của tác giả.

**Bảng 2.** Tham số động cơ ba pha

Thông số	Mô tả	Giá trị
$M$	Cảm ứng tương hỗ (H)	0.5
$L_r$	Hệ số tự cảm rotor	0.3
$L_s$	Hệ số tự cảm stator	0.06
$R_s$	Điện trở stator	0.4
$R_r$	Điện trở rotor	0.1066
$p$	Số cặp cực	2

### 3. Thiết kế bộ điều khiển

#### 3.1. Thiết kế bộ quan sát cho động cơ ba pha [13]

Trong phần này, hệ phương trình bộ quan sát được xây dựng nhằm mục đích quan sát các biến trạng thái từ thông và dòng điện, bằng cách dựa vào phương trình (9) và (10), được tác giả trình bày trong hệ phương trình (11) có dạng như sau:

Từ hệ phương trình (11), tác giả thực hiện tính toán và thu được hệ phương trình (12) có dạng:

$$\begin{cases} \dot{\hat{i}}_a = -\gamma \hat{i}_a + \frac{K}{T_r} \hat{\varphi}_a + pK\dot{\theta}\hat{\varphi}_b + \alpha u_a + \delta_1 \text{sign}(S_1) \\ \dot{\hat{i}}_b = -\gamma \hat{i}_b + \frac{K}{T_r} \hat{\varphi}_b - pK\dot{\theta}\hat{\varphi}_a + \alpha u_b + \delta_2 \text{sign}(S_2) \\ \dot{\hat{\varphi}}_a = \frac{M}{T_r} \hat{i}_a - \frac{1}{T_r} \hat{\varphi}_a - p\dot{\theta}\hat{\varphi}_b + \vartheta_{11} \text{sign}(S_1) + \vartheta_{12} \text{sign}(S_2) \\ \dot{\hat{\varphi}}_b = \frac{M}{T_r} \hat{i}_b - \frac{1}{T_r} \hat{\varphi}_b + p\dot{\theta}\hat{\varphi}_a + \vartheta_{21} \text{sign}(S_1) + \vartheta_{22} \text{sign}(S_2) \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{i}}_a = \dot{i}_a - \dot{\hat{i}}_a = -\gamma\tilde{i}_a + \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_a + pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_b - \delta_1\text{sign}(S_1) \\ \dot{\tilde{i}}_b = \dot{i}_b - \dot{\hat{i}}_b = -\gamma\tilde{i}_b + \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_b - pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_a - \delta_2\text{sign}(S_2) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_a = \dot{\varphi}_a - \dot{\hat{\varphi}}_a = \frac{M}{T_r}\hat{i}_a - \frac{1}{T_r}\tilde{\varphi}_a - p\dot{\theta}\tilde{\varphi}_b - \mathcal{G}_{11}\text{sign}(S_1) - \mathcal{G}_{12}\text{sign}(S_2) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_b = \dot{\varphi}_b - \dot{\hat{\varphi}}_b = \frac{M}{T_r}\hat{i}_b - \frac{1}{T_r}\tilde{\varphi}_b + p\dot{\theta}\tilde{\varphi}_a - \mathcal{G}_{21}\text{sign}(S_1) - \mathcal{G}_{22}\text{sign}(S_2) \end{cases} \quad (12)$$

Ta thực hiện định nghĩa mặt trượt cho bộ quan sát như sau:

$$\begin{cases} S_1 = i_a - \hat{i}_a = \tilde{i}_a \\ S_2 = i_b - \hat{i}_b = \tilde{i}_b \end{cases} \quad (13)$$

Ta tiếp tục định nghĩa hàm Lyapunov cho hai mặt trượt trong phương trình (13) theo phương trình (14):

$$V = \frac{1}{2}S_1^2 + \frac{1}{2}S_2^2 \quad (14)$$

Đạo hàm hàm Lyapunov trong phương trình (14), ta thu được phương trình (15):

$$\dot{V} = S_1\dot{S}_1 + S_2\dot{S}_2 \quad (15)$$

Tiếp theo, ta tiếp tục phân tích  $\dot{V}$  để tìm luật quan sát của cùng của bộ quan sát, ta được:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{i}_a\dot{\tilde{i}}_a + \tilde{i}_b\dot{\tilde{i}}_b \\ &\Leftrightarrow \dot{V} = \tilde{i}_a \left( -\gamma\tilde{i}_a + \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_a + pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_b + \alpha u_a - \delta_1\text{sign}(S_1) \right) \\ &\quad + \tilde{i}_b \left( -\gamma\tilde{i}_b + \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_b - pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_a + \alpha u_b - \delta_2\text{sign}(S_2) \right) \\ &\Leftrightarrow \dot{V} = -\gamma\tilde{i}_a^2 + \left( \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_a + pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_b \right) \tilde{i}_a - \delta_1|\tilde{i}_a| \\ &\quad -\gamma\tilde{i}_b^2 + \left( \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_b - pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_a \right) \tilde{i}_b - \delta_2|\tilde{i}_b| \end{aligned} \quad (16)$$

Để  $\dot{V} < 0$  thì:

$$\begin{cases} \delta_1 > \left| \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_a + pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_b \right| \\ \delta_2 > \left| \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_b - pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_a \right| \end{cases} \quad (17)$$

Từ đây ta có:

$$\begin{cases} \delta_1 > \frac{K}{T_r}|\tilde{\varphi}_a|_{\max} + pK|\dot{\theta}|_{\max}|\tilde{\varphi}_b|_{\max} > \left| \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_a + pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_b \right| \\ \delta_2 > \frac{K}{T_r}|\tilde{\varphi}_b|_{\max} + pK|\dot{\theta}|_{\max}|\tilde{\varphi}_a|_{\max} > \left| \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_b - pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_a \right| \end{cases} \quad (18)$$

Nếu  $\delta_1$  và  $\delta_2$  được chọn thỏa điều kiện bên trên, ta có:

$$\dot{V} < 0 \Rightarrow \begin{cases} S_1 \rightarrow 0 \\ S_2 \rightarrow 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{i}_a = 0 \\ \tilde{i}_b = 0 \end{cases} \quad (19)$$

Từ đây, dựa vào hai phương trình  $\dot{\tilde{i}}_a$  và  $\dot{\tilde{i}}_b$  trong hệ phương trình (12), ta có:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{i}}_a = -\gamma\tilde{i}_a + \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_a + pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_b - \delta_1\text{sign}(S_1) \\ \dot{\tilde{i}}_b = -\gamma\tilde{i}_b + \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_b - pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_a - \delta_2\text{sign}(S_2) \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_a + pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_b - \delta_1\text{sign}(S_1) \\ 0 = \frac{K}{T_r}\tilde{\varphi}_b - pK\dot{\theta}\tilde{\varphi}_a - \delta_2\text{sign}(S_2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{sign}(S_1) = \frac{K}{\delta_1 T_r} \tilde{\varphi}_a + \frac{pK\dot{\theta}}{\delta_1} \tilde{\varphi}_b \\ \text{sign}(S_2) = \frac{K}{\delta_2 T_r} \tilde{\varphi}_b + \frac{pK\dot{\theta}}{\delta_2} \tilde{\varphi}_a \end{cases} \quad (20)$$

phương trình vi phân còn lại của hệ phương trình (12) là  $\dot{\tilde{\varphi}}_a$  và  $\dot{\tilde{\varphi}}_b$ , ta được: (21)

Đề  $\begin{cases} \tilde{\varphi}_a \rightarrow 0 \\ \tilde{\varphi}_b \rightarrow 0 \end{cases}$  thì: (22)

Thay kết quả từ hệ phương trình (20) vào hai

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\varphi}}_a = \frac{M}{T_r} \tilde{i}_a - \frac{1}{T_r} \tilde{\varphi}_a - p\dot{\theta}\tilde{\varphi}_b - g_{11}\text{sign}(S_1) - g_{12}\text{sign}(S_2) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_b = \frac{M}{T_r} \tilde{i}_b - \frac{1}{T_r} \tilde{\varphi}_b + p\dot{\theta}\tilde{\varphi}_a - g_{21}\text{sign}(S_1) - g_{22}\text{sign}(S_2) \end{cases} \quad (21)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\tilde{\varphi}}_a = -\frac{1}{T_r} \tilde{\varphi}_a - p\dot{\theta}\tilde{\varphi}_b - g_{11} \left( \frac{K}{\delta_1 T_r} \tilde{\varphi}_a + \frac{pK\dot{\theta}}{\delta_1} \tilde{\varphi}_b \right) - g_{12} \left( \frac{K}{\delta_2 T_r} \tilde{\varphi}_b + \frac{pK\dot{\theta}}{\delta_2} \tilde{\varphi}_a \right) \\ \dot{\tilde{\varphi}}_b = -\frac{1}{T_r} \tilde{\varphi}_b + p\dot{\theta}\tilde{\varphi}_a - g_{21} \left( \frac{K}{\delta_1 T_r} \tilde{\varphi}_a + \frac{pK\dot{\theta}}{\delta_1} \tilde{\varphi}_b \right) - g_{22} \left( \frac{K}{\delta_2 T_r} \tilde{\varphi}_b + \frac{pK\dot{\theta}}{\delta_2} \tilde{\varphi}_a \right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dot{\tilde{\varphi}}_a = \left( -\frac{1}{T_r} - \frac{g_{11}K}{\delta_1 T_r} + \frac{g_{12}pK\dot{\theta}}{\delta_2} \right) \tilde{\varphi}_a + \left( -p\dot{\theta} - \frac{g_{11}pK\dot{\theta}}{\delta_1} - \frac{g_{12}K}{\delta_2 T_r} \right) \tilde{\varphi}_b \\ \dot{\tilde{\varphi}}_b = \left( p\dot{\theta} - \frac{g_{22}pK\dot{\theta}}{\delta_2} - \frac{g_{21}K}{\delta_1 T_r} \right) \tilde{\varphi}_a + \left( -\frac{1}{T_r} - \frac{g_{22}K}{\delta_2 T_r} - \frac{g_{21}pK\dot{\theta}}{\delta_1} \right) \tilde{\varphi}_b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{T_r} - \frac{g_{11}K}{\delta_1 T_r} + \frac{g_{12}pK\dot{\theta}}{\delta_2} = -\delta_3 \\ -p\dot{\theta} - \frac{g_{11}pK\dot{\theta}}{\delta_1} - \frac{g_{12}K}{\delta_2 T_r} = 0 \\ p\dot{\theta} - \frac{g_{22}pK\dot{\theta}}{\delta_2} - \frac{g_{21}K}{\delta_1 T_r} = 0 \\ -\frac{1}{T_r} - \frac{g_{22}K}{\delta_2 T_r} - \frac{g_{21}pK\dot{\theta}}{\delta_1} = -\delta_4 \end{cases} \quad (22)$$

Giải hệ phương trình (22) ta thu được hệ phương trình (23) có dạng như sau:

$$g_{22} = \frac{-\delta_2 (T_r^2 p^2 \dot{\theta}^2 - \delta_4 T_r + 1)}{K(T_r^2 p^2 \dot{\theta}^2 + 1)} \quad (23)$$

$$g_{11} = \frac{-\delta_1 (T_r^2 p^2 \dot{\theta}^2 - \delta_3 T_r + 1)}{K(T_r^2 p^2 \dot{\theta}^2 + 1)}$$

$$g_{12} = \frac{-T_r^2 \delta_2 \delta_3 p \dot{\theta}}{K(T_r^2 p^2 \dot{\theta}^2 + 1)}$$

$$g_{21} = \frac{-T_r^2 \delta_1 \delta_4 p \dot{\theta}}{K(T_r^2 p^2 \dot{\theta}^2 + 1)}$$

Thay thế hệ phương trình (23) vào hệ phương trình (21), ta thu được:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\varphi}}_a = -\delta_3 \tilde{\varphi}_a \\ \dot{\tilde{\varphi}}_b = -\delta_4 \tilde{\varphi}_b \end{cases} \quad (24)$$

Với  $\delta_3 > 0$ , và  $\delta_4 > 0$  thì  $\begin{cases} \tilde{\varphi}_a = 0 \\ \tilde{\varphi}_b = 0 \end{cases}$

**3.2. Thiết kế SMC cho động cơ ba pha**

Mặt trượt được định nghĩa như sau:

$$S_3 = \mu(i_b \varphi_a - i_a \varphi_b) - T_L \tag{25}$$

Bình phương từ thông tổng, ta thu được phương trình (26):

$$\phi = \varphi_a^2 + \varphi_b^2 \tag{26}$$

Đạo hàm phương trình (26), ta có:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \varphi_a \dot{\varphi}_a + \varphi_b \dot{\varphi}_b \\ \Leftrightarrow \dot{\phi} &= \varphi_a \left( \frac{M}{T_r} i_a - \frac{1}{T_r} \varphi_a - p\theta \dot{\varphi}_b \right) \end{aligned} \tag{27}$$

$$+ \varphi_b \left( \frac{M}{T_r} i_b - \frac{1}{T_r} \varphi_b + p\theta \dot{\varphi}_a \right)$$

Mặt trượt thứ tư được định nghĩa như phương trình (28):

$$S_4 = \dot{\phi} - \dot{\phi}_d + k_2(\phi - \phi_d) \tag{28}$$

Trong đó  $\phi_d$  và  $\dot{\phi}_d$  là từ thông mong muốn và đạo hàm của từ thông mong muốn.

$$\begin{aligned} u_a &= \frac{-M\dot{T}_L \varphi_b + \mu \varphi_a \dot{\phi} + T_r \varphi_a \ddot{\phi}_d - F_a M \mu \dot{\phi} - M i_a \mu (\varphi_a \dot{\varphi}_a + \varphi_b \dot{\varphi}_b) - M i_b \mu (\varphi_a \dot{\varphi}_b - \varphi_b \dot{\varphi}_a) + T_r k_2 \varphi_a \mu (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d)}{M \alpha \mu \dot{\phi}} \\ u_b &= \frac{M\dot{T}_L \varphi_a + \mu \varphi_b \dot{\phi} + T_r \varphi_b \ddot{\phi}_d - F_b M \mu \dot{\phi} + M i_a \mu (\varphi_a \dot{\varphi}_b - \varphi_b \dot{\varphi}_a) - M i_b \mu (\varphi_a \dot{\varphi}_a + \varphi_b \dot{\varphi}_b) + T_r k_2 \varphi_b \mu (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d)}{M \alpha \mu \dot{\phi}} \end{aligned} \tag{31}$$

Áp dụng luật điều khiển ở hệ phương trình (31), ta được:

$$\begin{aligned} S_3 &= \mu(i_b \varphi_a - i_a \varphi_b) - T_L \\ \Rightarrow \mu(i_b \varphi_a - i_a \varphi_b) &= T_L \end{aligned} \tag{32}$$

Và

$$S_4 = \dot{\phi} - \dot{\phi}_d + k_2(\phi - \phi_d)$$

$$\begin{aligned} u_a &= \frac{-M\dot{T}_L \hat{\varphi}_b + \mu \hat{\varphi}_a \dot{\hat{\phi}} + T_r \hat{\varphi}_a \ddot{\hat{\phi}}_d - \hat{F}_a M \mu \dot{\hat{\phi}} - M i_a \mu (\hat{\varphi}_a \dot{\hat{\varphi}}_a + \hat{\varphi}_b \dot{\hat{\varphi}}_b) - M i_b \mu (\hat{\varphi}_a \dot{\hat{\varphi}}_b - \hat{\varphi}_b \dot{\hat{\varphi}}_a) + T_r k_2 \hat{\varphi}_a \mu (\dot{\hat{\phi}} - \dot{\hat{\phi}}_d)}{M \alpha \mu \dot{\hat{\phi}}} \\ u_b &= \frac{M\dot{T}_L \hat{\varphi}_a + \mu \hat{\varphi}_b \dot{\hat{\phi}} + T_r \hat{\varphi}_b \ddot{\hat{\phi}}_d - \hat{F}_b M \mu \dot{\hat{\phi}} + M i_a \mu (\hat{\varphi}_a \dot{\hat{\varphi}}_b - \hat{\varphi}_b \dot{\hat{\varphi}}_a) - M i_b \mu (\hat{\varphi}_a \dot{\hat{\varphi}}_a + \hat{\varphi}_b \dot{\hat{\varphi}}_b) + T_r k_2 \hat{\varphi}_b \mu (\dot{\hat{\phi}} - \dot{\hat{\phi}}_d)}{M \alpha \mu \dot{\hat{\phi}}} \end{aligned} \tag{34}$$

Trong đó

$$\hat{F}_a = -\gamma i_a + \frac{K}{T_r} \hat{\varphi}_a + pK\theta \hat{\varphi}_b,$$

$$\hat{F}_b = -\gamma i_b + \frac{K}{T_r} \hat{\varphi}_b - pK\theta \hat{\varphi}_a,$$

Để có được luật điều khiển cuối cùng, ta cần đạo hàm  $S_3$  và  $S_4$ , sau đó đặt hàm mong muốn của chúng như sau:

$$\begin{cases} \dot{S}_3 = -\lambda_1 \text{sign}(S_3) \\ \dot{S}_4 = -\lambda_2 \text{sign}(S_4) \end{cases} \tag{29}$$

Để luật điều khiển cuối cùng gọn gàng, ta đặt lại phương trình dòng điện trong hệ phương trình (9) như sau:

$$\begin{cases} \dot{i}_a = F_a + \alpha u_b \\ \dot{i}_b = F_b + \alpha u_a \end{cases} \tag{30}$$

$$\begin{aligned} F_a &= -\gamma i_a + \frac{K}{T_r} \varphi_a + pK\theta \dot{\varphi}_b, \\ \text{Trong đó} \\ F_b &= -\gamma i_b + \frac{K}{T_r} \varphi_b - pK\theta \dot{\varphi}_a \end{aligned}$$

Từ phương trình (29), ta rút được luật điều khiển trượt cuối cùng cho động cơ ba pha như hệ phương trình (31) được trình bày sau đây:

$$\Leftrightarrow \dot{\phi} - \dot{\phi}_d = -k_2(\phi - \phi_d) \Rightarrow \phi = \phi_d \tag{33}$$

Vì  $\varphi_a$  và  $\varphi_b$  không đo trực tiếp được từ cảm biến. Do đó, ta phải dùng  $\hat{\varphi}_a$  và  $\hat{\varphi}_b$  từ bộ ước lượng (11). Qua đó, ta suy lại luật điều khiển mới từ hệ phương trình (31) như sau ở hệ phương trình (34):

**3.3. Thiết kế BDK LQR cho hệ RIPS**

Mô hình tuyến tính có dạng như sau:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{35}$$

Trong đó

$$x = [\theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_2]^T,$$

$$\dot{x} = [\dot{\theta}_1 \quad \ddot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \ddot{\theta}_2]^T,$$

$$u = \tau_1$$

Các ma trận  $A, B$  được tính như sau:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\theta}_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \dot{\theta}_1}{\partial \dot{\theta}_1} & \frac{\partial \dot{\theta}_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \dot{\theta}_1}{\partial \dot{\theta}_2} \\ \frac{\partial \ddot{\theta}_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \ddot{\theta}_1}{\partial \dot{\theta}_1} & \frac{\partial \ddot{\theta}_1}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \ddot{\theta}_1}{\partial \dot{\theta}_2} \\ \frac{\partial \dot{\theta}_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \dot{\theta}_2}{\partial \dot{\theta}_1} & \frac{\partial \dot{\theta}_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \dot{\theta}_2}{\partial \dot{\theta}_2} \\ \frac{\partial \ddot{\theta}_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \ddot{\theta}_2}{\partial \dot{\theta}_1} & \frac{\partial \ddot{\theta}_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \ddot{\theta}_2}{\partial \dot{\theta}_2} \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\theta}_1}{\partial u} \\ \frac{\partial \ddot{\theta}_1}{\partial u} \\ \frac{\partial \dot{\theta}_2}{\partial u} \\ \frac{\partial \ddot{\theta}_2}{\partial u} \end{bmatrix}$$

Luật điều khiển LQR có dạng như sau:

$$u = -K_{lqr} x \quad (37)$$

Nếu ta thay (37) vào  $T_L$  trong (34) thì ta tính được điện áp cấp trên  $u_a$  và  $u_b$  tương ứng trong hệ tọa độ  $\alpha\beta$ .

#### 4. Kết quả kiểm nghiệm trên mô phỏng

##### 4.1. Chương trình mô phỏng

Trong phần này, nhóm tác giả trình bày về chương trình mô phỏng mà nhóm thực hiện cho nghiên cứu này. SMC, SMO, LQR và RIPS với động cơ ba pha được xây dựng cho nghiên cứu này được trình bày chi tiết trong Hình 2.

##### 4.2. Kết quả mô phỏng

Với bộ thông số từ Bảng 1 và Bảng 2, tác giả chọn ma trận trọng số của BDK LQR như sau:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R = 1$$

Ta sử dụng hàm  $lqr(A, B, Q, R)$  của Matlab để tính toán ra ma trận hồi tiếp như sau:

$$K_{lqr} = [-1 \quad -1.772 \quad 32.3456 \quad 8.456]$$

Tiếp theo đó, ta thực hiện chọn các thông số sau:

$$\delta_1 = 500, \delta_2 = 500, \delta_3 = 2000, \delta_4 = 2000,$$

$$\lambda_1 = 20, \lambda_2 = 10,$$

$$k_2 = 10$$

$$\text{Đặt } \phi_d = 1.$$

Các giá trị ban đầu được thiết lập để phục vụ cho việc mô phỏng như sau:

$$\begin{cases} \theta_{1\_init} = -0.3; \\ \dot{\theta}_{1\_init} = 0; \\ \theta_{2\_init} = 0.2; \\ \dot{\theta}_{2\_init} = 0; \\ \hat{\varphi}_{a\_init} = 0.1; \\ \hat{\varphi}_{b\_init} = 0.1 \end{cases}$$

Từ Hình 4,  $\hat{\varphi}_a$  và  $\hat{\varphi}_b$  được bộ quan sát bám chính xác đến  $\varphi_a$  và  $\varphi_b$ , sau đó cả  $\hat{\varphi}_a$  và  $\hat{\varphi}_b$  được sử dụng để tính toán ngõ ra  $u_a$  và  $u_b$  như ở hình 3. Đáp ứng ngõ ra của hệ thống trong Hình 3, cho thấy khả năng cân bằng của hệ con lắc ngược. Ngoài ra,  $\phi_d = 1$  cũng được thể hiện qua việc quan sát  $\varphi_a$  và  $\varphi_b$ , ta thấy được  $\varphi_a \approx 0$  và  $\varphi_b \approx 1$ . Điện áp cấp trong quá trình hoạt động được trình bày trong Hình 5.

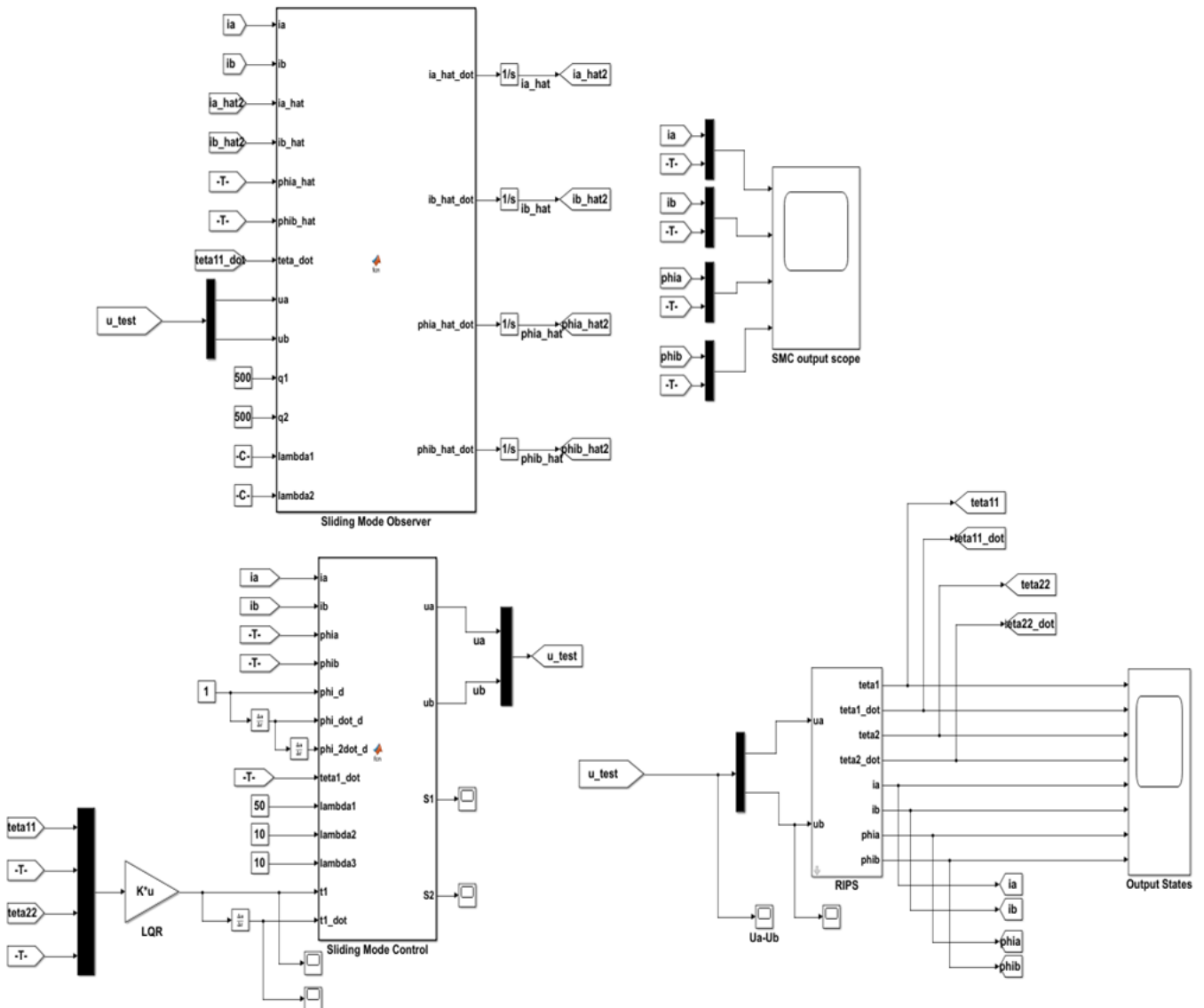
#### 5. Kết luận

Trong bài báo này, tác giả đã trình bày phương pháp thiết kế bộ quan sát và BDK của động cơ 3 pha. Ngoài ra, bộ điều khiển cho RIPS cũng được trình bày để kiểm chứng BDK và bộ quan sát của động cơ 3 pha. Kết quả cho thấy sự hiệu quả của các bộ điều khiển và quan sát được trình bày trong bài báo này khi RIPS được cân bằng tại điểm cân bằng có giá trị là 0, và các biến trạng thái không thể đo được. Nhưng trong nghiên cứu này, các biến trạng thái cũng được ước lượng

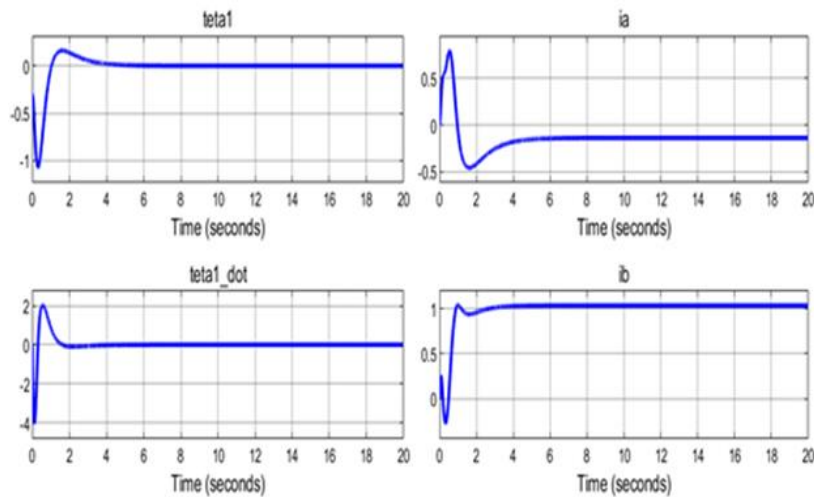


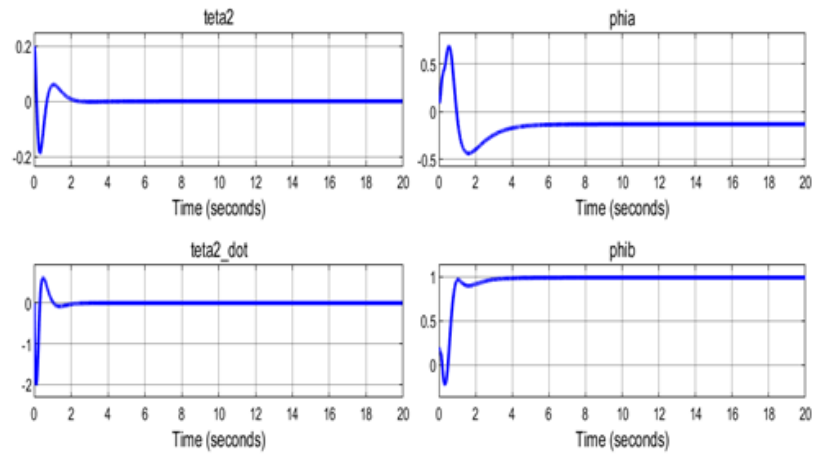
chính xác. Nghiên cứu trong tương lai của nhóm là xây dựng mô hình phần cứng RIPS với động cơ ba

pha để kiểm chứng và so sánh các kết quả thực nghiệm so với mô phỏng.

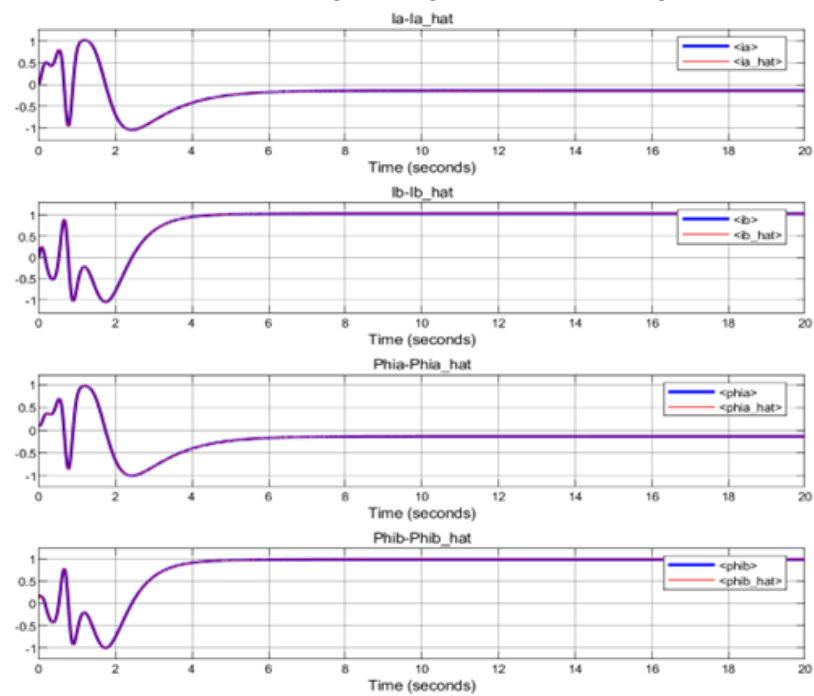


Hình 2. Chương trình mô phỏng điều khiển RIPS bằng BDK đề xuất

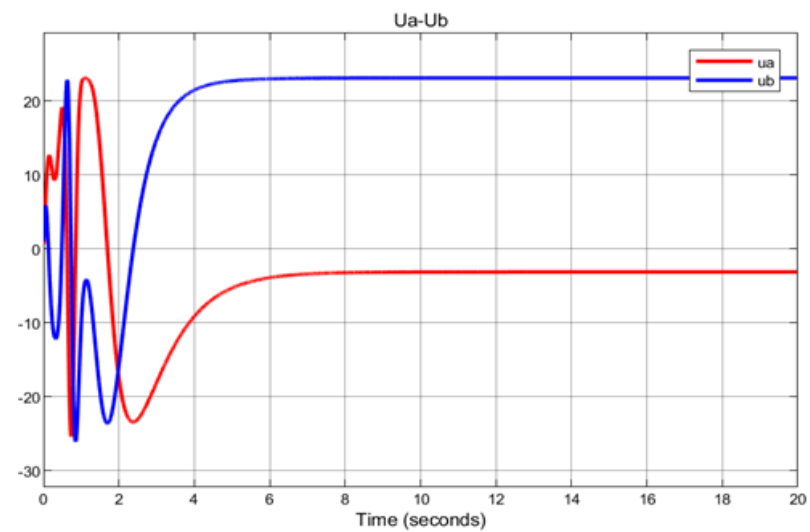




**Hình 3.** Trạng thái ngõ ra của hệ thống



**Hình 4.** Ngõ ra của bộ quan sát



**Hình 5.** Điện áp cấp pha a và pha b

### Lời cảm ơn

Nhóm tác giả xin gửi lời cảm ơn chân thành đến TS Nguyễn Văn Đông Hải, giảng viên Bộ môn Tự động điều khiển, Khoa Điện – Điện tử, Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật TP.HCM đã hỗ trợ nhóm trong nghiên cứu này.

### Tài liệu tham khảo

- [1] B. Bekkar, K. Ferkous. (2023). Design of Online Fuzzy Tuning LQR Controller Applied to Rotary Single Inverted Pendulum: Experimental Validation,” *Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 48, p. 6957–6972.
- [2] E. Susanto, B. Rahmat and M. Ishitobi. (2022). Stabilization of Rotary Inverted Pendulum using Proportional Derivative and Fuzzy Controls,” in *2022 9th International Conference on Information Technology, Computer, and Electrical Engineering (ICITACEE)*, Semarang, Indonesia.
- [3] A. Gutarra, S. Palomino, E. J. Alegria and J. Cisneros. (2022). Fuzzy Controller Design for Rotary Inverted Pendulum System Using Genetic Algorithms,” in *2022 IEEE ANDESCON*, Barranquilla, Colombia.
- [4] Y. J. Kim, Y. G. Lee, S. H. Lee and O. M. Kwon. (2022). -S fuzzy controller design for Rotary Inverted Pendulum with input delay using Wirtinger-based integral inequality, in *2022 22nd International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS)*, Jeju, Republic of Korea.
- [5] C. A. Villaseñor-Rios and O. Gutierrez-Frias. (2022). Stabilization Control of Rotary Base Inverted Pendulum by Combination of Lyapunov-base controller and Linear PD controller, in *2022 8th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, Istanbul, Turkey.
- [6] Alfian Ma'arif, Marco Antonio Márquez Vera, Magdi Sadek Mahmoud, Samir Ladaci, Abdullah Çakan, Jonattan Niño Parada. (2022). Backstepping Sliding Mode Control for Inverted Pendulum System with Disturbance and Parameter Uncertainty,” *Journal of Robotics and Control*, vol. 3, no. 1, pp. 86-92.
- [7] M. T. Vo, V.D.H. Nguyen, H.N. Duong, V.H. Nguyen. (2023). Combining Passivity-Based Control and Linear Quadratic Regulator to Control a Rotary Inverted Pendulum,” *Journal of Robotics and Control (JRC)*, vol. 4, no. 4, pp. 479-490.
- [8] Chin-I Huang and L. -C. Fu. (2003). Passivity based control of the double inverted pendulum driven by a linear induction motor,” in *Proceedings of 2003 IEEE Conference on Control Applications*, 2003. CCA 2003., Istanbul, Turkey.
- [9] X. -Q. N. e. al. (2023). An Application of Sliding Mode Control Scheme combined Energy-Based Method for Swinging Up Rotary Inverted Pendulum System, in *2023 International Conference on System Science and Engineering (ICSSE)*, Ho Chi Minh, Vietnam.
- [10] M.-D. Tran, M.-T. Vo, V.-D.H Nguyen, T.-T. T. Ton, Q.-T. Nguyen, T.-L. Nguyen, T.-H. Nguyen, H.-L. Nguyen. (2022). A Study of PID Direct Torque Control for Three-Phase Asynchronous Motor, *Robotica & Management*, vol. 27, no. 2, pp. 36-43.
- [11] V.-Q. Nguyen, M.-T. Nguyen, V.-N. Nguyen and H.-N. Duong. (2017). Sliding mode control of a three phase induction motor based on RBF neural network, in *2017 International Conference on System Science and Engineering (ICSSE)*, Ho Chi Minh City, Vietnam.
- [12] T.T. Huynh, T.H. Bui, and H.N. Duong. (2016). Control of three-phase induction motor using input-output linearization method. *JTE*, vol. 39, p. 43–49.
- [13] D.H. Nghia. (2011). Điều khiển hệ thống đa biến, TP.HCM. Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia TP.HCM.