Tạp chí điện tử
Khoa học và Công nghệ Giao thông
Trang website: https://jstt.vn/index.php/vn

Slope Stability Factors of Railway Embankments Using the Limit Equilibrium and Finite Element Methods

Nguyen Quoc Toi*, Nguyen Hoang Long, Pham Thai Binh
University of Transport Technology, No. 54 Trieu Khuc Street, Thanh Liet Ward, Hanoi, Vietnam

Article info
Type of article:
Original research paper

DOI:
https://doi.org/10.58845/jstt.utt.2026.vn.6.7.184-194

***Corresponding author:**
Email address:
toinq@utt.edu.vn

Received: 11/08/2026
Received in Revised Form: 28/09/2026
Accepted: 02/11/2026

Abstract: This study analyzes and compares the slope stability factors of railway embankments using the Limit Equilibrium Method (LEM) and the Finite Element Method (FEM). A symmetric embankment model was investigated using six sets of geotechnical parameters and four geometric configurations, with slope angles ranging from 30° to 45° and corresponding embankment heights from 6 m to 12 m. A total of 24 cases were analyzed under identical geometric and material conditions. The results show that the stability factors obtained from FEM range from 0.857 to 2.837, whereas those obtained from LEM range from 0.876 to 3.065. The absolute differences range from 0.001 to 0.238, while the relative differences range from 0.07% to 9.48%. Linear regression analysis of the 24 paired results yielded an observed relationship of $FS_{FEM} = 0.871FS_{LEM} + 0.146$, with $R^2 = 0.996$, RMSE = 0.031, and MAE = 0.025. These results indicate that the two methods consistently capture the trend of slope stability variation within the investigated range. The findings also provide a basis for evaluating the differences between LEM and FEM in railway embankment slope stability analyses and for cross-validation of calculation results in geotechnical design.

Keywords: slope stability; railway embankment; Limit Equilibrium Method; Finite Element Method; factor of safety.

Tạp chí điện tử
Khoa học và Công nghệ Giao thông
Trang website: https://jstt.vn/index.php/vn

Nghiên cứu so sánh hệ số ổn định trượt mái dốc nền đắp đường sắt theo phương pháp cân bằng giới hạn và phần tử hữu hạn

Nguyễn Quốc Tới*, Nguyễn Hoàng Long, Phạm Thái Bình
Trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải, Số 54 phố Triều Khúc, phường Thanh Liệt, Hà Nội, Việt Nam

Thông tin bài viết
Dạng bài viết:
Bài báo nghiên cứu

DOI:
https://doi.org/10.58845/jstt.utt.2026.vn.6.7.184-194

***Tác giả liên hệ:**
Địa chỉ Email:
toinq@utt.edu.vn

Ngày nộp bài: 11/08/2026
Ngày nộp bài sửa: 28/09/2026
Ngày chấp nhận: 02/11/2026

Tóm tắt: Nghiên cứu thực hiện phân tích và so sánh hệ số ổn định trượt mái dốc nền đắp đường sắt bằng phương pháp cân bằng giới hạn (Limit Equilibrium Method – LEM) và phương pháp phần tử hữu hạn (Finite Element Method – FEM). Một mô hình nền đắp đối xứng được khảo sát với 6 bộ thông số cơ lý và 4 tổ hợp hình học, trong đó góc mái dốc thay đổi từ 30° đến 45° và chiều cao nền đắp tương ứng từ 6 m đến 12 m. Tổng cộng 24 trường hợp được tính toán trên cùng điều kiện hình học và vật liệu. Kết quả nghiên cứu cho thấy, hệ số ổn định theo FEM nằm trong khoảng 0,857–2,837, còn theo LEM nằm trong khoảng 0,876–3,065; chênh lệch tuyệt đối là 0,001–0,238 và chênh lệch tương đối là (0,07–9,48)%. Phân tích hồi quy tuyến tính cho 24 cặp kết quả cho thấy mối quan hệ quan sát được $FS_{FEM} = 0,871FS_{LEM} + 0,146$ với $R^2 = 0,996$; RMSE = 0,031 và MAE = 0,025. Kết quả này cho thấy hai phương pháp phản ánh nhất quán xu hướng thay đổi của ổn định mái dốc trong phạm vi khảo sát. Đây cũng là cơ sở để đánh giá mức độ sai khác giữa LEM và FEM trong phân tích ổn định mái dốc nền đắp đường sắt và kiểm chứng chéo kết quả tính toán trong thiết kế địa kỹ thuật.

Từ khóa: ổn định mái dốc; nền đắp đường sắt; phương pháp cân bằng giới hạn; phương pháp phần tử hữu hạn; hệ số ổn định.

1. Giới thiệu

Ổn định mái dốc là một nội dung quan trọng trong thiết kế và đánh giá nền đắp công trình giao thông. Trong thực hành địa kỹ thuật, phương pháp cân bằng giới hạn (LEM) được sử dụng rộng rãi để xác định hệ số ổn định dựa trên điều kiện cân bằng của khối đất dọc theo một mặt trượt giả định [1, 2]. Phương pháp phần tử hữu hạn (FEM), đặc biệt khi kết hợp với kỹ thuật giảm cường độ chống cắt (SRM), cho phép xác định trạng thái ứng suất – biến dạng và hệ số ổn định tại trạng thái giới hạn [3–6]. Hai cách tiếp cận có cơ sở xác định hệ số ổn định khác nhau nên có thể cho các giá trị không hoàn toàn giống nhau.

Các nghiên cứu trước đã cho thấy sự khác biệt giữa LEM và FEM phụ thuộc vào điều kiện hình học, mô hình vật liệu, cơ chế phá hoại và cách thiết lập bài toán [2], [4–6]. Baba và cộng sự [7] đã áp dụng đồng thời LEM và FEM cho một tuyến đường sắt ở Morocco, trong khi Potgieter và Jacobsz [8] nhấn mạnh ảnh hưởng của việc lựa chọn mô hình, cơ chế phá hoại và các tham số mô hình đến sự khác biệt giữa hai phương pháp. Khan và Wang [9] nghiên cứu mái dốc đường ô tô và đề xuất một quan hệ thực nghiệm dạng $FS_{FEM} = 0,88FS_{LEM}$ cho tập trường hợp của họ. Tuy nhiên,

quan hệ này được xây dựng cho một bài toán đường ô tô cụ thể và không thể mặc nhiên xem là quan hệ chung cho mọi mái dốc.

Khoảng trống của nghiên cứu hiện tại không nằm ở việc đề xuất một công thức chuyển đổi phổ quát giữa LEM và FEM, mà ở việc xây dựng một bộ tính toán đối sánh trên cùng hình học và cùng bộ thông số vật liệu cho nền đắp đường sắt đại diện, đồng thời định lượng sai khác giữa hai phương pháp. Trên cơ sở 24 trường hợp, nghiên cứu đánh giá xu hướng thay đổi của hệ số ổn định, chênh lệch tuyệt đối và tương đối, và bổ sung phân tích tương quan – hồi quy giữa hai tập kết quả. Do mô hình hiện tại không đưa tải trọng khai thác của đoàn tàu vào bài toán, thuật ngữ "nền đắp đường sắt" trong nghiên cứu được hiểu theo nghĩa công trình đất có hình học nền đắp phục vụ đường sắt; kết quả không được diễn giải như một đánh giá đầy đủ điều kiện khai thác thực tế của tuyến đường. Mục tiêu của nghiên cứu gồm: (i) so sánh hệ số ổn định thu được từ Bishop-LEM và FEM-SRM trên cùng điều kiện hình học, vật liệu; (ii) đánh giá ảnh hưởng đồng thời của góc mái dốc, chiều cao nền đắp và đặc trưng sức chống cắt đến hệ số ổn định; (iii) định lượng sai khác giữa hai phương pháp bằng các chỉ tiêu thống kê; và (iv) xác định phạm vi và giới hạn của quan hệ thực nghiệm thu được.

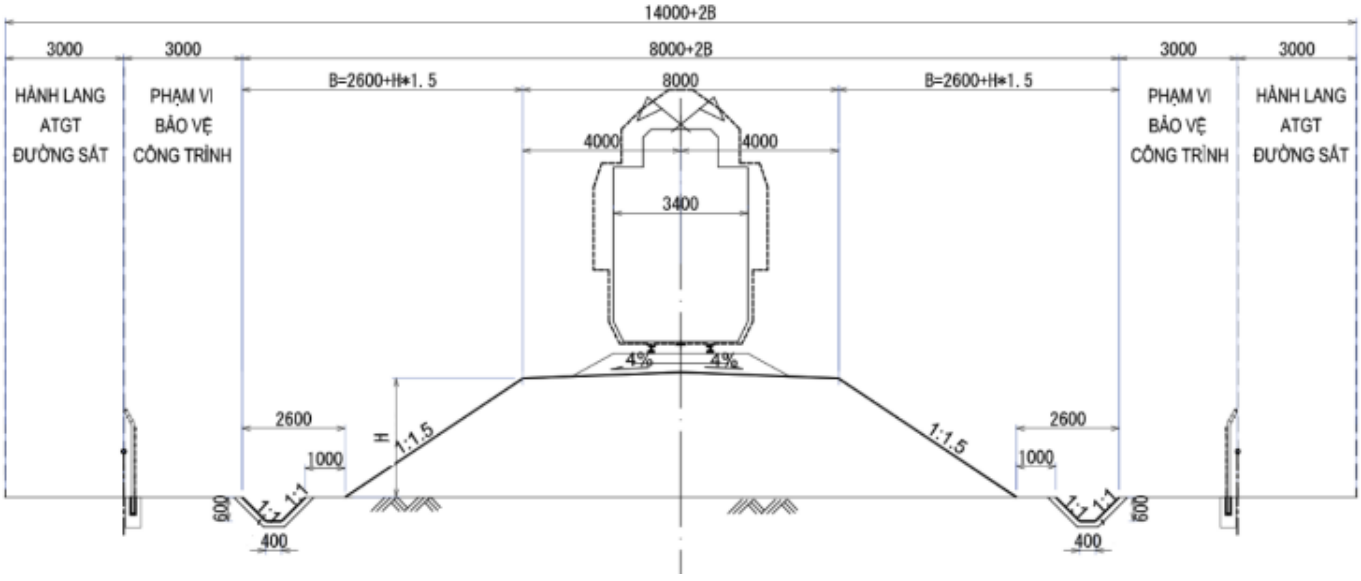
2. Phương pháp nghiên cứu

2.1. Mô hình hình học và các trường hợp tính toán

Hình 1 trình bày mặt cắt ngang nền đắp điển hình được sử dụng làm cơ sở tham khảo hình học. Hình 2 là mô hình tính toán một nửa mặt cắt do bài toán đối xứng qua tim tuyến. Phần đỉnh nền đắp rộng 10 m; nền tự nhiên được mở rộng 10 m về phía chân mái và có chiều sâu mô hình 5 m theo mặt cắt tính toán.

Bốn tổ hợp hình học được khảo sát: (α, H) = (30°, 6 m), (35°, 8 m), (40°, 10 m) và (45°, 12 m). Cần lưu ý rằng góc mái dốc và chiều cao nền đắp thay đổi đồng thời; vì vậy, kết quả không cho phép tách biệt hoàn toàn ảnh hưởng riêng của từng biến.

Trong phạm vi nghiên cứu, các mặt trượt được giới hạn trong thân nền đắp; các mặt trượt phát triển xuyên qua nền đất tự nhiên không được xét. Do đó, nền tự nhiên vẫn được mô hình hóa để tạo điều kiện biên hình học nhưng không được xem là thành phần của cơ chế phá hoại khảo sát.

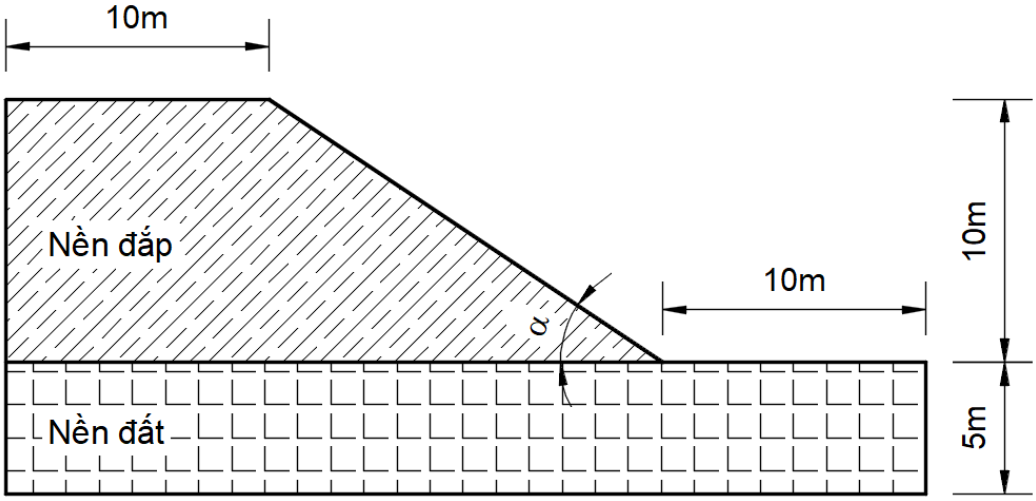


Hình 1. Mặt cắt ngang điển hình nền đường đắp

Do đó, các trường hợp tính toán tập trung vào ảnh hưởng của đặc trưng cơ lý của vật liệu nền đắp, gồm trọng lượng thể tích γ, lực dính c và góc ma sát trong φ (được trình bày trong Bảng 1) đến hệ số ổn định. Cách thiết lập này giúp kiểm soát phạm vi phá hoại và tạo điều kiện so sánh trực tiếp hệ số ổn định xác định bằng phương pháp cân bằng giới hạn và phương pháp phần tử hữu hạn dưới cùng điều kiện hình học và vật liệu nền đắp. Trên cơ sở sáu bộ thông số vật liệu và bốn trường

hợp hình học, tổng cộng 24 trường hợp tính toán được thực hiện.

Đối với mỗi trường hợp, mô hình được phân tích độc lập bằng phương pháp cân bằng giới hạn và phương pháp phần tử hữu hạn. Việc sử dụng cùng điều kiện hình học và đặc trưng vật liệu cho hai phương pháp nhằm bảo đảm cơ sở so sánh thống nhất giữa FS_{LEM} và FS_{FEM}.



Hình 2. Mặt cắt ngang tính toán

Bảng 1. Đặc trưng cơ lý của vật liệu nền đắp

STT	Loại vật liệu	γ (kN/m³)	c (kN/m²)	φ (°)
1	Đất sét	13,5	10,5	30
2	Đất sét	15,5	14,5	32
3	Đất sét	17,5	18,5	34
4	Cát pha sét	16,5	1,0	36
5	Cát pha sét	17,0	5,0	38
6	Cát pha sét	17,5	10,0	40

2.2. Phân tích theo phương pháp cân bằng giới hạn

Phân tích cân bằng giới hạn được thực hiện bằng phần mềm SLOPE/W 2D V23, sử dụng phương pháp Bishop (Hình 3). Bishop là phương pháp cân bằng giới hạn phù hợp với mặt trượt dạng cung tròn và được sử dụng rộng rãi trong phân tích ổn định mái dốc [1]. Khối đất có khả năng trượt được chia thành các lát và điều kiện cân bằng của các lát được sử dụng để xác định hệ số ổn định.

Sức chống cắt của đất được xác định theo tiêu chuẩn Mohr–Coulomb:

$$\tau_f = c' + \sigma'_n.\tan\varphi' \quad (1)$$

trong đó c' là lực dính, σ'_n là ứng suất pháp có hiệu và φ' là góc ma sát trong của đất.

Đối với phương pháp Bishop, hệ số ổn định được xác định theo phương trình lặp:

$$FS = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{c_i.b_i + (W_i - u_i.b_i).\tan\varphi_i}{m_i}}{\sum_{i=1}^{n} W_i.\sin\alpha_i} \quad (2)$$

với:

$$m_i = \cos\alpha_i + \frac{\sin\alpha_i.\tan\varphi_i}{FS} \quad (3)$$

trong đó W_i là trọng lượng của lát thứ i, b_i là chiều rộng lát, α_i là góc nghiêng của đáy lát, u_i là áp lực nước lỗ rỗng và n là số lượng lát.

Do FS xuất hiện ở cả hai vế của phương trình, quá trình tính toán được thực hiện lặp cho đến khi giá trị hội tụ. Slope/W tiến hành khảo sát các mặt trượt tiềm năng và xác định mặt trượt có hệ số ổn định nhỏ nhất. Giá trị này được sử dụng làm hệ số ổn định theo phương pháp cân bằng giới hạn: $FS_{LEM} = FS_{Bishop}$.

2.3. Phân tích theo phương pháp phần tử hữu hạn

Phân tích phần tử hữu hạn được thực hiện bằng Plaxis 2D V24 kết hợp với phương pháp giảm cường độ chống cắt (Strength Reduction Method – SRM) (Hình 4).

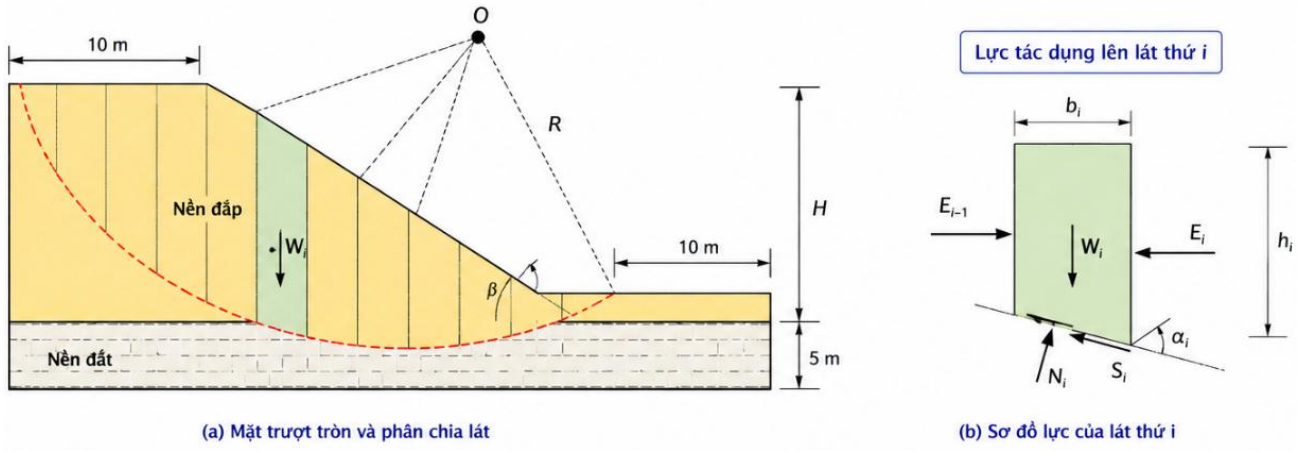
Trong phương pháp này, trạng thái ứng suất – biến dạng của nền đất được xác định bằng phương pháp phần tử hữu hạn, trong khi các thông số sức chống cắt được giảm dần cho đến khi mô hình đạt trạng thái phá hoại. Các thông số sức chống cắt được giảm theo hệ số giảm F:

$$c_f = \frac{c}{F} \quad (4)$$

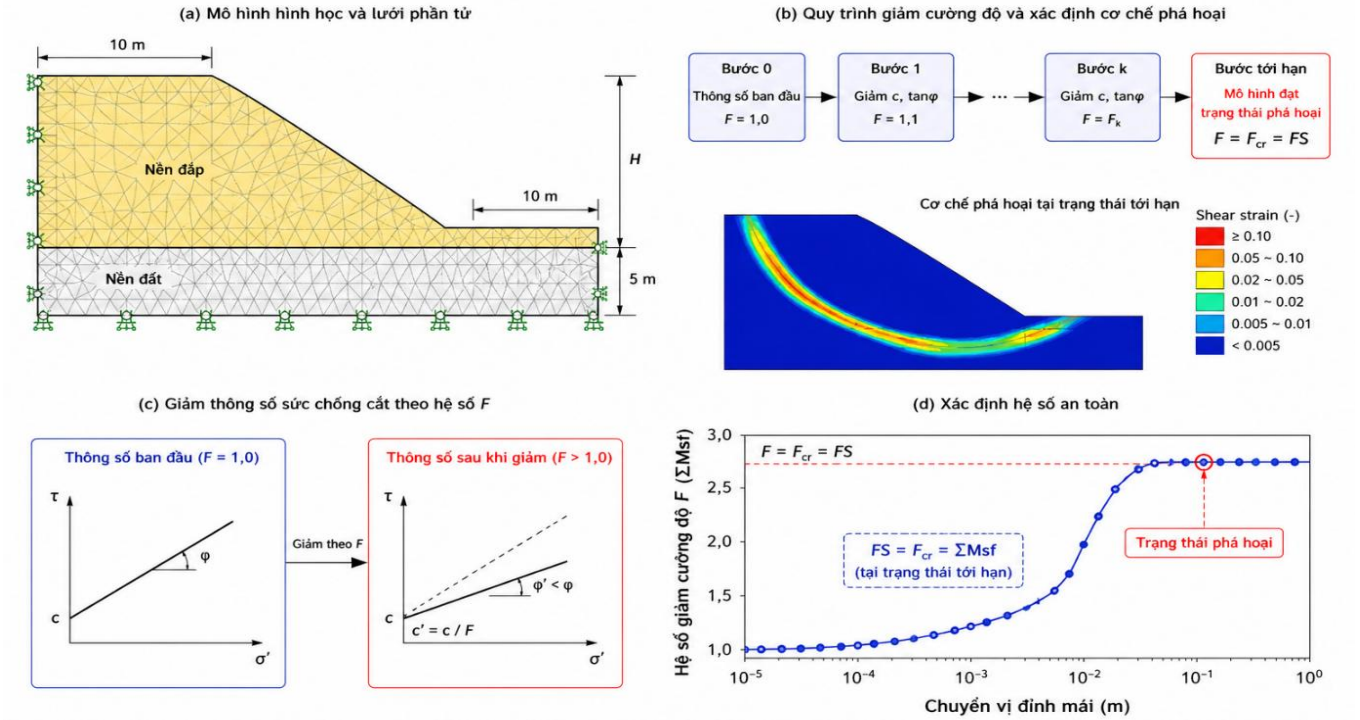
$$\tan\varphi_f = \frac{\tan\varphi}{F} \quad (5)$$

trong đó c_f và φ_f là các thông số sức chống cắt sau khi giảm; c và φ là các thông số ban đầu của vật liệu.

Trong Plaxis 2D V24, quá trình giảm cường độ được thực hiện bằng chức năng Safety. Hệ số giảm cường độ được biểu thị bởi ΣM_{sf}. Khi tăng dần ΣM_{sf}, sức chống cắt của đất giảm tương ứng và biến dạng trong mô hình tăng lên. Khi mô hình đạt trạng thái phá hoại, giá trị ΣM_{sf} tương ứng được sử dụng để xác định hệ số ổn định: $FS_{FEM} = \Sigma M_{sf}$ [3, 4, 10, 11].



Hình 3. Minh họa tính hệ số an toàn (FS) theo phương pháp Bishop



Hình 4. Minh họa xác định hệ số an toàn (FS) theo phương pháp giảm cường độ (SRM) trong Plaxis 2D

Kết quả phân tích FEM đồng thời cung cấp trường chuyển vị và biến dạng trong nền đất, cho phép đánh giá cơ chế phá hoại và đối chiếu với mặt trượt nguy hiểm xác định bằng phương pháp LEM.

2.4. Phương pháp đánh giá và phân tích thống kê

Để so sánh trực tiếp kết quả tính toán, hệ số ổn định của từng trường hợp được xác định bằng cả hai phương pháp trên cùng điều kiện hình học và vật liệu. Độ chênh lệch hệ số ổn định giữa LEM và FEM được xác định theo:

$$\Delta FS = FS_{LEM} - FS_{FEM} \quad (6)$$

trong đó: FS_{LEM} là hệ số ổn định xác định bằng phương pháp Bishop trong Slope/W; FS_{FEM} là hệ số ổn định xác định bằng phương pháp SRM trong Plaxis 2D.

Độ chênh lệch tương đối giữa hai phương pháp được xác định theo:

$$\delta = \frac{FS_{LEM} - FS_{FEM}}{FS_{LEM}} .100\% \quad (7)$$

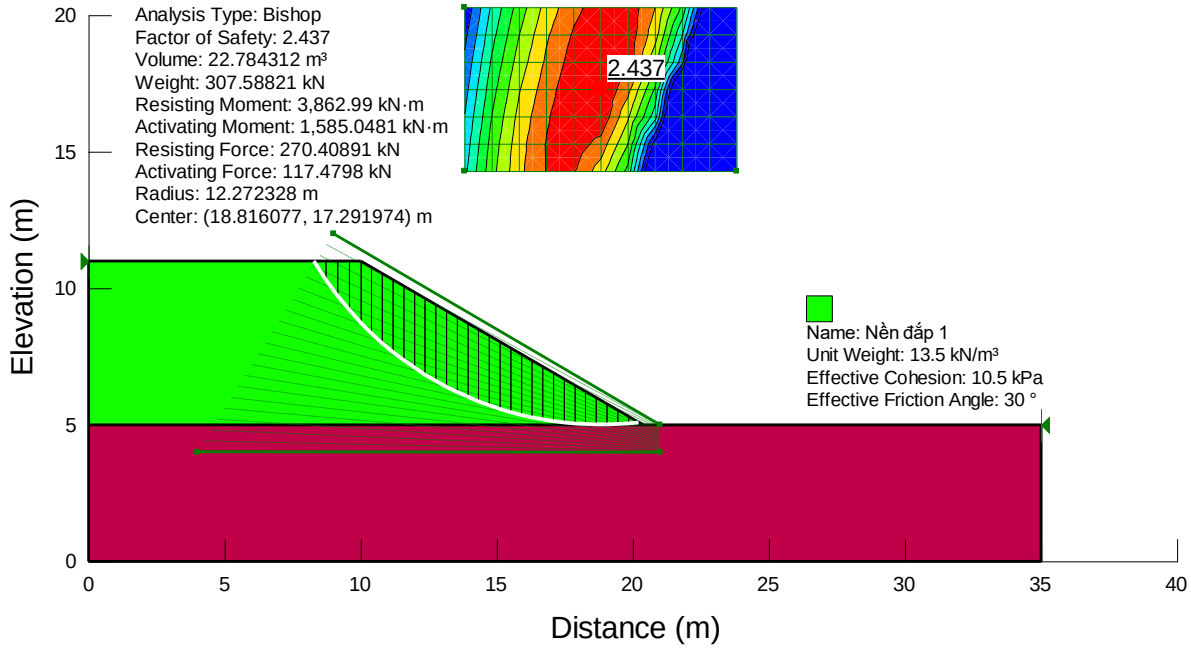
Ngoài ra, phân tích hồi quy tuyến tính giữa FS_{FEM} và FS_{LEM} cho 24 cặp số liệu cũng được nghiên cứu. Các chỉ tiêu báo cáo gồm R^2, hệ số tương quan Pearson r, RMSE và MAE. Do góc mái dốc và chiều cao nền đắp thay đổi đồng thời, hồi quy chỉ được dùng để mô tả mức độ tương quan trong bộ trường hợp đã tính.

Các kết quả sau đó được phân tích theo nhóm vật liệu và điều kiện hình học nhằm đánh giá xu hướng thay đổi của hệ số ổn định cũng như mức độ sai khác giữa hai phương pháp.

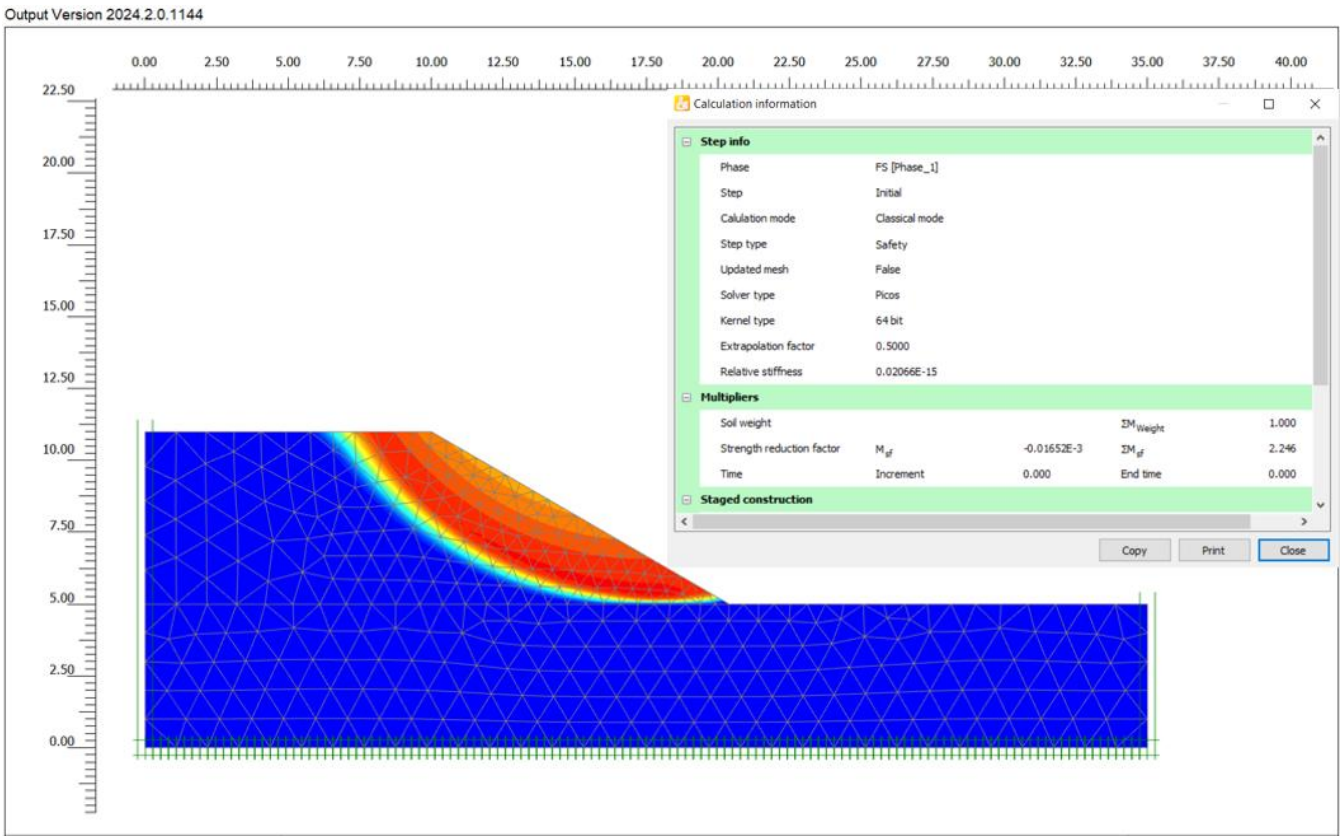
3. Kết quả nghiên cứu

Hình 5 trình bày cung trượt nguy hiểm và hệ số ổn định xác định bằng phương pháp cân bằng giới hạn (LEM) đối với trường hợp tính toán 1.1. Hình 6 trình bày kết quả phân tích ổn định và hệ số ổn định xác định bằng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) đối với cùng trường hợp tính toán 1.1. Hai hình được sử dụng để minh họa và đối chiếu kết quả phân tích ổn định giữa hai phương pháp trên cùng điều kiện hình học và đặc trưng vật liệu.

Bảng 2 trình bày kết quả tính toán hệ số ổn định của mái dốc đối với 24 trường hợp nghiên cứu, tương ứng với sáu bộ vật liệu nền đắp và bốn trường hợp góc dốc mái. Các Hình 7–12 thể hiện sự biến thiên của hệ số ổn định đối với sáu loại vật liệu, được biểu diễn dưới dạng biểu đồ cột, trong đó kết quả tính toán theo phương pháp cân bằng giới hạn (LEM) và phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) được trình bày đồng thời để thuận tiện cho việc so sánh.



Hình 5. Sơ đồ cung trượt và hệ số ổn định theo phương pháp cân bằng giới hạn (LEM). Trường hợp tính toán 1.1



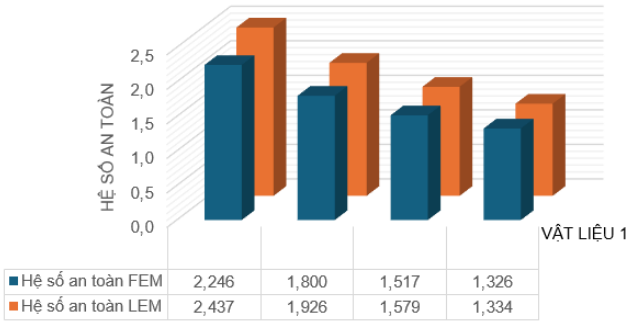
Hình 6. Sơ đồ cung trượt và hệ số ổn định theo phương pháp phần tử hữu hạn (FEM). Trường hợp tính toán 1.1

Bảng 2. Hệ số an toàn theo phương pháp FEM và LEM

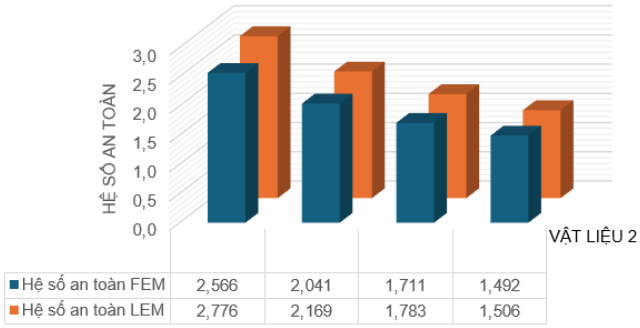
Số thứ tự vật liệu	Loại vật liệu	Dung trọng (kN/m^3)	Lực dính (kN/m^2)	Góc ma sát trong (^{0})	Góc dốc của mái (^{0})	Chiều cao nền đắp (m)	Hệ số an toàn theo FEM	Hệ số an toàn theo LEM	ΔFS	δ (%)	FS_{FEM}/FS_{LEM}
1	Đất sét	13,5	10,5	30	30	6	2,246	2,437	0,191	7,838	0,922
					35	8	1,800	1,926	0,126	6,542	0,935
					40	10	1,517	1,579	0,062	3,927	0,961
					45	12	1,326	1,334	0,008	0,600	0,994
2	Đất sét	15,5	14,5	32	30	6	2,566	2,776	0,210	7,565	0,924
					35	8	2,041	2,169	0,128	5,901	0,941
					40	10	1,711	1,783	0,072	4,038	0,960
					45	12	1,492	1,506	0,014	0,930	0,991
3	Đất sét	17,5	18,5	34	30	6	2,837	3,065	0,228	7,439	0,926
					35	8	2,251	2,386	0,135	5,658	0,943
					40	10	1,886	1,970	0,084	4,264	0,957
					45	12	1,638	1,651	0,013	0,787	0,992
4	Cát pha sét	16,5	1	36	30	6	1,428	1,515	0,087	5,743	0,943
					35	8	1,234	1,241	0,007	0,564	0,994
					40	10	1,014	1,036	0,022	2,124	0,979
					45	12	0,857	0,876	0,019	2,169	0,978

Bảng 2. (tiếp)

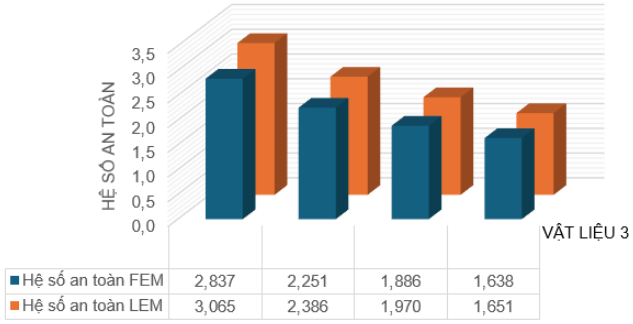
Số thứ tự vật liệu	Loại vật liệu	Dung trọng (kN/m³)	Lực dính (kN/m²)	Góc ma sát trong (⁰)	Góc dốc của mái (⁰)	Chiều cao nền đắp (m)	Hệ số an toàn theo FEM	Hệ số an toàn theo LEM	ΔFS	δ (%)	FS_{FEM}/FS_{LEM}
5	Cát pha sét	17	5	38	30	6	1,929	2,131	0,202	9,479	0,905
					35	8	1,632	1,720	0,088	5,116	0,949
					40	10	1,434	1,435	0,001	0,070	0,999
					45	12	1,204	1,211	0,007	0,578	0,994
6	Cát pha sét	17,5	10	40	30	6	2,472	2,711	0,239	8,816	0,912
					35	8	2,028	2,177	0,149	6,844	0,932
					40	10	1,757	1,809	0,052	2,875	0,971
					45	12	1,511	1,527	0,016	1,048	0,990



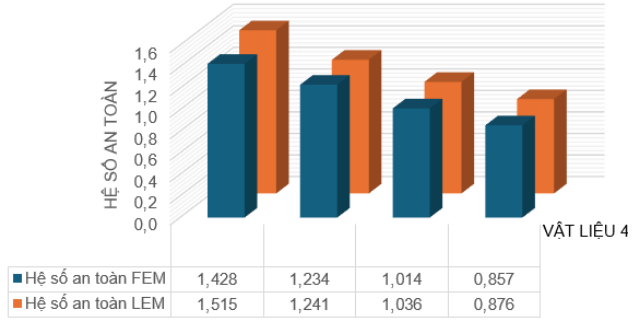
Hình 7. So sánh hệ số an toàn theo phương pháp FEM và LEM đối với vật liệu 1



Hình 8. So sánh hệ số an toàn theo phương pháp FEM và LEM đối với vật liệu 2



Hình 9. So sánh hệ số an toàn theo phương pháp FEM và LEM đối với vật liệu 3



Hình 10. So sánh hệ số an toàn theo phương pháp FEM và LEM đối với vật liệu 4

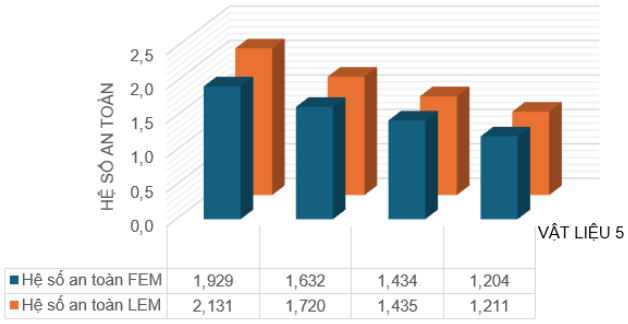
3.1. Ảnh hưởng của vật liệu và hình học mái dốc

Kết quả phân tích cho thấy hệ số ổn định (FS) phụ thuộc rõ rệt vào đặc trưng sức chống cắt (c,φ) của vật liệu và hình học nền đắp (α,H). Với cả hai phương pháp LEM và FEM, FS giảm dần khi góc mái dốc và chiều cao đắp tăng (α=30˚→45˚, H=6m→12 m). Ngược lại, trong cùng điều kiện hình học, vật liệu có c và φ lớn hơn sẽ cho FS cao hơn.

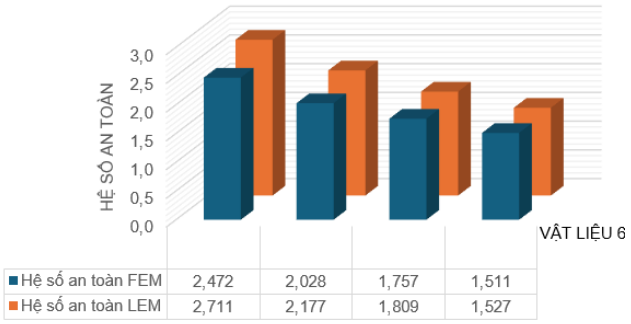
- Đối với nhóm đất sét: Tại α=30˚, FS_{FEM} tăng từ 2,246 (Vật liệu 1) lên 2,566 (Vật liệu 2) và 2,837 (Vật liệu 3). Đối với nhóm cát pha sét: FS_{FEM} tăng tương ứng từ 1,428 (Vật liệu 4) lên 1,929 (Vật liệu

5) và 2,472 (Vật liệu 6). Sự gia tăng này phản ánh khả năng chống ứng suất trượt tăng lên của nền đắp.

- Ảnh hưởng của hình học: Đối với Vật liệu 4, khi α tăng từ 30˚ lên 45˚ kết hợp H tăng từ 6 m lên 12 m, FS_{FEM} giảm 40,1% (từ 1,428 xuống 0,857) và FS_{LEM} giảm 42,2% (từ 1,515 xuống 0,876). Việc thay đổi đồng thời α và H phản ánh tác động bất lợi tổng hợp của hình học nền đắp đến độ ổn định.



Hình 11. So sánh hệ số an toàn theo phương pháp FEM và LEM đối với vật liệu 5



Hình 12. So sánh hệ số an toàn theo phương pháp FEM và LEM đối với vật liệu 6

3.2. So sánh kết quả FEM và LEM

Trong cả 24 trường hợp, FS_{LEM} luôn lớn hơn FS_{FEM}. Chênh lệch tuyệt đối ($\Delta FS=FS_{LEM}-FS_{FEM}$) nằm trong khoảng 0,001–0,238, tương ứng chênh lệch tương đối (0,07–9,48) % (trung bình 4,18%). Mức độ sai khác giữa hai phương pháp có xu hướng giảm dần khi góc mái α tăng: trung bình đạt 7,78% tại α=30˚; 5,02% tại 35˚; 2,90% tại 40˚ và chỉ còn 1,01% tại α=45˚.

Phân tích hồi quy tuyến tính trên 24 cặp kết quả thu được kết quả tương quan được thể hiện trong phương trình (8) và Hình 13:

$$FS_{FEM} = 0,871FS_{LEM} + 0,146 \quad (8)$$

với hệ số tương quan (r = 0,998) và hệ số xác định (R^2 = 0,996). Giá trị RMSE bằng 0,031 và MAE bằng 0,025, cho thấy mức sai khác giữa các giá trị tính bằng hai phương pháp tương đối nhỏ trong bộ dữ liệu nghiên cứu. Hệ số xác định R^2=0,996 khẳng định sự biến thiên của FS_{FEM} có mối tương quan tuyến tính rất chặt chẽ với FS_{LEM} trong phạm vi khảo sát.

3.3. Đánh giá kết quả

Sự chênh lệch giữa hai phương pháp xuất phát từ cơ sở lý thuyết xác định trạng thái giới hạn:

- LEM (Bishop): Đánh giá cân bằng lực/mô-men của khối trượt dọc theo mặt trượt tròn giả định.

- FEM (SRM): Xác định trạng thái phá hoại thông qua quá trình giảm dần thông số sức chống cắt trên toàn miền tính toán và theo dõi ứng xử ứng suất – biến dạng.

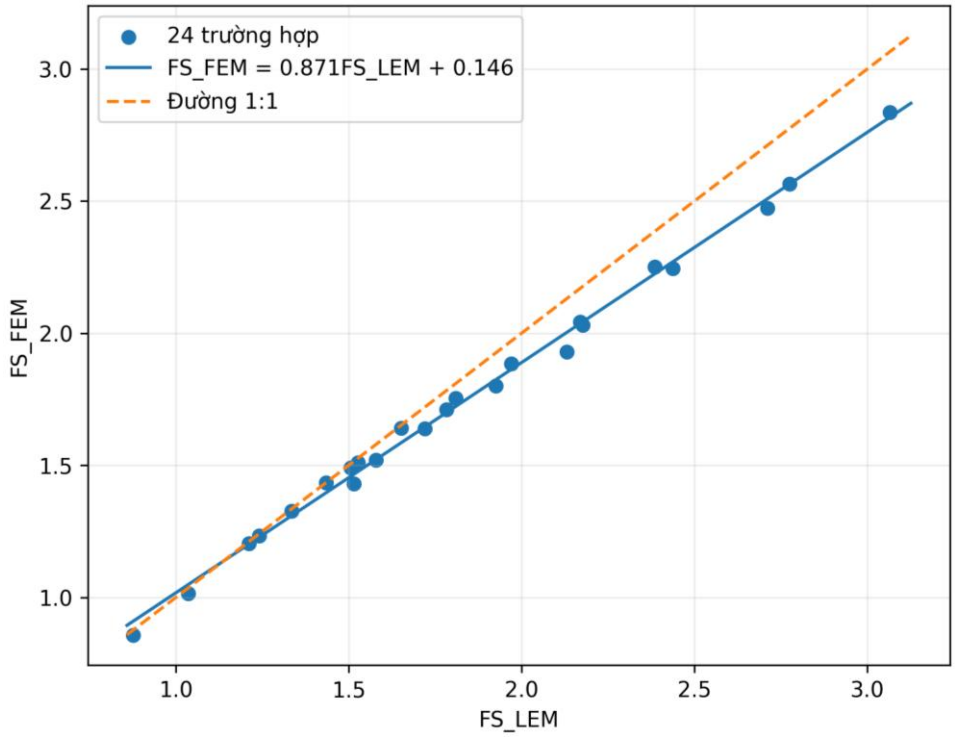
FEM cho phép xét sự phân bố lại ứng suất và phát triển vùng biến dạng dẻo tự nhiên, dẫn đến mức độ huy động sức chống cắt hoàn toàn khác với giả thiết mặt trượt cố định của LEM, do đó kết quả FS_{FEM} thiên về an toàn hơn. Sự khác biệt này phản ánh cơ chế lý tưởng hóa bài toán khác nhau chứ không thể hiện sai số của từng phương pháp.

So với nghiên cứu của Khan và Wang [9] cho nền đường ô tô ($FS_{FE}\approx0,88FS_{LE}$), nghiên cứu này khẳng định xu hướng tương đồng $FS_{FEM}<FS_{LEM}$, nhưng đề xuất mô hình tuyến tính $FS_{FEM}=0,871FS_{LEM}+0,146$ phù hợp riêng cho bài toán nền đắp đường sắt.

Giới hạn của mô hình:

- Nghiên cứu biến đổi đồng thời α và H, do đó chưa tách biệt được độ nhạy độc lập của từng thông số hình học.

- Kết quả áp dụng cho bài toán nền đắp khô tĩnh, chưa xét đến các yếu tố vận hành thực tế như tải trọng động đoàn tàu, áp lực nước lỗ rỗng, tải trọng động đất hay cơ chế trượt sâu qua nền đất tự nhiên.



Hình 13. Tương quan giữa FS_{FEM} và FS_{LEM} đối với 24 trường hợp

4. Kết luận

(1). Hệ số ổn định (FS) tăng khi sức chống cắt của đất (c,φ) tăng và giảm rõ rệt khi mái dốc dốc hơn kết hợp với nền đắp cao hơn.

(2). Giá trị FS_{LEM} luôn lớn hơn FS_{FEM} trong toàn bộ 24 trường hợp, với độ chênh lệch tương đối trung bình là 4,18% (dao động 0,07%–9,48%).

(3). Mối tương quan thực nghiệm giữa hai phương pháp trên miền dữ liệu khảo sát được xác định theo phương trình: FS_{FEM}=0,871.FS_{LEM}+0,146 với hệ số tin cậy rất cao (R^2=0,996).

(4). Sự sai khác kết quả xuất phát từ bản chất lý thuyết: LEM tính toán cân bằng trên mặt trượt giả định, trong khi FEM-SRM mô phỏng sự tập trung biến dạng dẻo và phân bố lại ứng suất trên toàn miền.

(5). Phương trình hồi quy đóng vai trò là công cụ định lượng tham khảo hiệu quả để kiểm chứng chéo kết quả giữa LEM và FEM trong tính toán thiết kế mái dốc nền đắp đường sắt. Các nghiên cứu tiếp theo cần mở rộng xem xét tải trọng động đoàn tàu, ảnh hưởng của mực nước ngầm và tương tác với nền đất bên dưới.

Tuyên bố về việc sử dụng AI tạo sinh

Trong quá trình chuẩn bị bài báo này, các tác giả đã không sử dụng công cụ AI để tạo ra nội dung cho bài báo.

Tài liệu tham khảo

[1] A.W. Bishop. (1955). The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Géotechnique*, 5(1), 7–17. https://doi.org/10.1680/geot.1955.5.1.7

[2] J.M. Duncan. (1996). State of the art: Limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*, 122(7), 577–596. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9410(1996)122:7(577)

[3] D.V. Griffiths, P.A. Lane. (1999). Slope stability analysis by finite elements. *Géotechnique*, 49(3), 387–403. https://doi.org/10.1680/geot.1999.49.3.387

[4] Y.M. Cheng, T. Länsivaara, W.B. Wei. (2007). Two-dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods. *Computers and Geotechnics*, 34(3), 137–150. https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2006.10.011

[5] F. Tschuchnigg, H.F. Schweiger, S.W. Sloan, A.V. Lyamin, I. Raissakis. (2015). Comparison of finite-element limit analysis and strength reduction techniques. *Géotechnique*, 65(4), 249–257. https://doi.org/10.1680/geot.14.P.022

[6] S.Y. Liu, L.T. Shao, H.J. Li. (2015). Slope stability analysis using the limit equilibrium method and two finite element methods. *Computers and Geotechnics*, 63, 291–298. https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2014.10.008

[7] K. Baba, L. Bahi, L. Ouadif, A. Akhssas. (2012). Slope stability evaluations by limit equilibrium and finite element methods applied to a railway in the Moroccan Rif. *Open Journal of Civil Engineering,* 2(1), 27–32. https://doi.org/10.4236/ojce.2012.21005

[8] J.T. Potgieter, S.W. Jacobsz. (2019). Comparing the factors of safety from finite element and limit equilibrium analyses in lateral support design. *Journal of the South African Institution of Civil Engineering*, 61(4), 29–41. https://doi.org/10.17159/2309-8775/2019/v61n4a3

[9] M.I. Khan, S. Wang. (2020). Comparative study of slope stability of a highway constructed in hilly area using limit equilibrium and finite element methods. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 514, 022023. https://doi.org/10.1088/1755-1315/514/2/022023

[10] H.F. Schweiger, F. Tschuchnigg. (2022). Strength reduction technique with finite element method for slopes without stabilisation measures. *Ground Engineering*, 55(5), 27–34. https://www.geplus.co.uk/technical-paper/technical-paper-strength-reduction-technique-with-finite-element-method-for-slopes-without-stabilisation-measures-12-05-2022/ (Truy cập ngày 28/10/2026)

[11] S.M. Seyed-Kolbadi, J. Sadoghi-Yazdi, M.A. Hariri-Ardebili. (2019). An improved strength reduction-based slope stability analysis. *Geosciences,* 9(1), 55. https://doi.org/10.3390/geosciences9010055